N° d'ordre : 435

# THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ PAUL SABATIER DE TOULOUSE

pour obtenir

le grade de Docteur ès Sciences physiques

par

Claude ALRAN
Licencié ès Sciences
Ingénieur I.G.C.
Ingénieur-Docteur

---

## Contribution à l'étude des systèmes diphasiques : Formation et coalescence de bulles dans un liquide de viscosité élevée

---

79
1C
24
18
19

*Soutenue le 2 Avril 1971, devant la Commission d'examen :*

MM. H. GARDY — Président

H. ANGELINO
R. BUGAREL
J. FARRAN
L. LAFOURCADE
— Examinateurs

T H E S E

présentée

A L'UNIVERSITE PAUL SABATIER DE TOULOUSE

pour obtenir

le grade de Docteur ès Sciences Physiques

par

Claude ALRAN

Licencié ès Sciences
Ingénieur I.G.C.
Ingénieur-Docteur

---

# CONTRIBUTION A L'ETUDE DES SYSTEMES DIPHASIQUES : FORMATION ET COALESCENCE DE BULLES DANS UN LIQUIDE DE VISCOSITE ELEVEE

Soutenue le 2 Avril 1971 devant la Commission d'Examen

J U R Y : MM. H. GARDY — Président

H. ANGELINO
R. BUGAREL
J. FARRAN
L. LAFOURCADE
— Examinateurs

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543907_0001

UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE

## DIRECTION DE L'UNIVERSITE

M. LARENG ..... Président
M. MATHIS ..... 1er Vice-Président
M. MARTIN ..... 2ème Vice-Président

## S C I E N C E S

### HONORARIAT

M. BLAIZOT ..... Doyen honoraire
M. CAPDECOMME ..... Doyen honoraire, Recteur honoraire
M. DELTHEIL ..... Doyen honoraire, Recteur honoraire, Professeur honoraire
M. DUPOUY ..... Membre de l'Institut, Doyen honoraire, Directeur Général honoraire du C.N.R.S., Professeur honoraire
M. DURAND ..... Doyen honoraire
M. FOUCHE ..... Professeur honoraire
M. GAUSSENS ..... Professeur honoraire, Correspondant de l'Institut
M. JACQUES ..... Professeur honoraire
M. MIGNONAC ..... Professeur honoraire
M. MORQUER ..... Professeur honoraire, Correspondant de l'Institut
M. SECONDAT ..... Professeur honoraire
M. TEISSIE-SOLIER.. Professeur honoraire
M. VANDEL ..... Professeur honoraire, Membre de l'Institut

### PROFESSEURS

M. ESCANDE ..... Mécanique des Fluides, Membre de l'Institut
M. CASTERAS ..... Géologie, Correspondant de l'Institut
M. BEDOS ..... Chimie
M. CAPDECOMME ..... Minéralogie
M. DUPIN ..... Radioélectricité
M. NOUVEL ..... Biologie Générale
M. GALLAIS ..... Chimie, Correspondant de l'Institut
M. DURAND ..... Physique
M. FERT ..... Physique
M. DIEHL ..... Agronomie
M. LESBRE ..... Chimie Organique
M. BRUNEL ..... Physiologie Végétale
M. HURON ..... Mathématiques Appliquées
M. MARGULIS ..... Pédologie
M. TRICHE ..... Chimie Analytique et Spectrographie
M. LEDOUX ..... Zoologie Appliquée
M. RIVALS ..... Agriculture.
M. PERRIER ..... Physique
M. MATHIS ..... Chimie
M. ORLIAC ..... Géochimie et Minéralogie
M. LAFOURCADE ..... Physique
M. ANGELIER ..... Zoologie
Melle de FERRE ..... Botanique
M. FARRAN ..... Minéralogie et Géotechnique
M. LAUDET ..... Physique Théorique et Calcul Numérique
M. SERFATY ..... Biologie animale
M. NOUGARO ..... Hydraulique Générale et Appliquée
M. LAGASSE ..... Electrotechnique

M. GARDY ..... Génie Chimique
M. BLANC ..... Physique Nucléaire
M. BIREBENT ..... Electronique Appliquée
M. VOIGT ..... Chimie Minérale
M. LEREDDE ..... Botanique
M. LELUBRE ..... Géologie
M. TROCHAIN ..... Botanique
M. MASDUPUY ..... Chimie
M. LALAGUE ..... Mathématiques Générales
M. DESSENS ..... Physique du Globe, Correspondant de l'Institut
M. BOUIGUE ..... Astronomie
M. COUCHET ..... Physique
M. LEJEUNE ..... Chimie
M. LASCOMBES ..... Botanique
M. ASSELINEAU ..... Chimie Biologique
M. MAURET ..... Chimie Systématique
M. AGID ..... Physiologie
M. MONTANT ..... Cryptogamie
M. GAUTIER ..... Physique
M. CRUMEYROLLE ..... Mathématiques
M. GOURINARD ..... Géologie
M. PULOU ..... Minéralogie
M. CAMBOU ..... Physique Spatiale
M. MIQUEL ..... Chimie
M. LACOSTE ..... Electrotechnique
M. THIBAULT ..... Mécanique Rationnelle et Appliquée
M. MONTEL ..... Chimie Physique et Electrochimie
M. MASCART ..... Mathématiques
M. MEDIONI ..... Psychophysiologie
M. THIRRIOT ..... Hydrodynamique E.N.S.E.I.H.T.
M. BRENON ..... Géologie
M. LAFON ..... Calcul différentiel et intégral
M. RAYNAUD P. ..... Physiologie animale
M. ZALTA ..... Chimie biologique
M. SEVELY ..... Electrotechnique
M. POMMIEZ ..... Mathématiques
M. REY ..... Biologie Végétale
M. COULOMB ..... Physique
M. TRINQUIER ..... Physique
M. MARONI ..... Chimie
M. BEETSCHEN ..... Biologie Générale
M. GRUAT ..... Mécanique des Fluides (Hydraulique)
M. DERACHE ..... Physiologie Animale

PROFESSEURS ASSOCIES

M. MANSOUR
M. SAKUMA
M. PARKS

## PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. HAMANT ..... Botanique
Mme BRUNEL ..... Physiologie Végétale
Melle BERDUCOU ... Physiologie Végétale
M. PICCA ..... Physique
M. MERIC ..... Mathématiques Appliquées
Mme LECAL ..... Zoologie
M. BUGAREL ..... Génie Chimique
M. MIROUSE ..... Géologie
M. PILOD ..... Physique
M. LARROQUE ..... Physique
M. BARRANS ..... Chimie
Mme LAFON ..... Mathématiques
Melle LAPEYRE .... Mathématiques - Informatique
M. DAT ..... Mécanique des Fluides
M. JEANNIN ..... Chimie Minérale
M. BERTRAND ..... Chimie
M. SATGE ..... Chimie Organique
M. DESQ ..... Mathématiques
M. MAHENC ..... Chimie
M. LATTES ..... Chimie
M. ROCARD ..... Electronique
M. DEGEILH ..... Physique
M. FALLOT ..... Biologie Végétale (Viticulture et Arboriculture)
M. POILBLANC ..... Chimie
M. TOUZE ..... Physiologie Végétale
M. FRASNAY ..... Mathématiques
M. CASSAGNAU ..... Zoologie
M. GUERIN ..... Mathématiques

## MAITRES DE CONFERENCES

M. BLANCHARD ..... Mathématiques
M. HOFFMANN ..... Electronique
M. BITSCH ..... Zoologie
M. FONTAN ..... Physique Nucléaire
M. PESCIA ..... Physique
M. SICARD ..... Biologie Génétique
M. CAUSSINUS ..... Mathématiques Appliquées
M. DE LOTH ..... Chimie Physique
M. MARTY ..... Physique Industrielle
M. BAUDRAS ..... Chimie Biologique
M. DURAND Ph. ..... Physique
M. LEFEUVRE ..... Electronique E.N.S.E.I.H.T.
M. SOUQUET ..... Géologie
M. SAPORTE ..... Physique
M. ATTEIA ..... Mathématiques
M. ENJALBERT ..... Chimie
M. IMBERT ..... Psychophysiologie
M. SCHNEIDER ..... Biologie cellulaire
M. ANGELINO ..... Génie Chimique
M. DABOSI ..... E.N.S.C.
M. CALVET ..... Mécanique des Fluides (E.N.S.E.I.H.T.)
M. PAGANI ..... Physique
M. CUPPENS ..... Mathématiques
M. MATHIEU ..... Chimie Analytique

MAITRES DE CONFERENCES (suite)

M. TRANNOY ..... Physique (E.N.S.E.I.H.T.)
M. CASTAGNETTO .... Mathématiques (E.N.S.E.I.H.T.)
M. GILOT ..... Génie Chimique (Institut du Génie Chimique)
M. LANTELME ..... Chimie Industrielle
M. CALMON ..... Techniques Agricoles
M. TRUCHASSON ..... Mécanique
Melle BARBANCE .... Mathématiques
M. VERDIER ..... Physique

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

M. PUN

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

M. BEAUFILS ..... Informatique
M. DARROZES ..... Mécanique
M. PRADINES ..... Mathématiques
M. BARTHET Henri ... Mathématiques

PERSONNEL DE L'UNIVERSITE AFFECTE A

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE TOULOUSE

PROFESSEURS

M. ROQUES ..... Chimie Industrielle
M. GRATELOUP ..... Génie Electrique
M. MASO ..... Génie Civil

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. CASSIGNOL ..... Génie Electrique
M. COLLETTE ..... Physique

MAITRES DE CONFERENCES

M. FAGET ..... Physique
M. SCHUTTLER ..... Physique
M. MIRA ..... Génie Electrique
M. LETURCQ ..... Génie Electrique
M. SIRIEYS ..... Génie Civil
M. DURAND G. ..... Chimie
M. CARRARA ..... Physique

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

M. BROUSSEAU ..... Physique
M. LACAZE Bernard .. Mathématiques

## PERSONNEL DE L'UNIVERSITE AFFECTE A L'INSTITUT UNIVERSITAIRE DE TECHNOLOGIE DE TOULOUSE

M. MARTIN J-Claude ..... Génie Electrique
M. THENOZ Bernard ..... Génie Civil
M. PERENNOU Guy ..... Informatique
M. REY Gerard ..... Génie Electrique
M. CASTAN Serge ..... Informatique
M. GILLY Jean ..... Génie Mécanique
M. VEDRENNE Gilbert .... Mesures Physiques

## ADMINISTRATION

M. PRINEAU ..... Secrétaire Général de l'Université Paul Sabatier

-:-:-:-:-:-:-:-

A la Mémoire de mon Père

Aux Miens

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à Monsieur le Professeur H. GARDY, Directeur de l'Institut du Génie Chimique, pour la formation scientifique qu'il nous a fait acquérir et l'honneur qu'il nous fait en assurant la Présidence du Jury de thèse.

Qu'il nous soit permis d'exprimer notre reconnaissance à Messieurs H. ANGELINO et R. BUGAREL pour leurs encouragements amicaux et leurs précieux conseils qui nous ont permis de mener à bien cette étude.

Nous remercions Monsieur le Professeur J. FARRAN, Directeur de l'Institut National des Sciences Appliquées, qui a bien voulu examiner ce travail et honorer de sa présence l'exposé de cette thèse.

Nous prions Monsieur le Professeur L. LAFOURCADE, qui est intervenu si souvent au cours de nos études supérieures, d'accepter nos remerciements pour les marques de bienveillance qu'il nous témoigne une nouvelle fois en acceptant de siéger à ce jury.

Le concours inestimable et l'amitié de G. HENGL nous furent un puissant soutien ; qu'il trouve ici l'expression de notre reconnaissance.

Enfin, à tout le personnel de l'Institut du Génie Chimique nous adressons nos remerciements pour l'aide qu'il nous a prodiguée.

TABLE DES MATIERES


Pages

INTRODUCTION ..... 1

CHAPITRE 1 - ASPECT GENERAL DU PHENOMENE

1-1 - GENERALITES SUR LA FORMATION DE BULLES ..... 4

1-1-1 - Facteurs agissant sur la formation des bulles .. 4

1-1-2 - Régime de formation des bulles ..... 5

1-1-2-1 - Emission à volume constant ..... 5

1-1-2-2 - Formation avec une légère augmentation de volume ..... 6

1-1-2-3 - Formation à fréquence constante ..... 7

1-1-3 - Influence du régime d'écoulement du gaz à l'injection ..... 8

1-1-4 - Influence des caractéristiques des fluides ... 10

1-1-4-1 - Effet de la tension superficielle ..... 11

1-1-4-2 - Autres facteurs agissant sur la forme des bulles ..... 12

1-2 - ASCENSION DES BULLES ..... 12

1-2-1 - Bulles sphériques ..... 12

1-2-2 - Bulles non sphériques ..... 14

1-2-3 - Résultats qualitatifs ..... 15

CHAPITRE 2 - ETUDE DE LA FORMATION DES BULLES

2-1 - ANALYSE DES RESULTATS ..... 18

2-1-1 - Travaux de HAYES, HARDY et HOLLAND ..... 19

2-1-2 - Travaux de RAMAKRISHNAN, KUMAR et KULOOR ..... 25

2-1-2-1 - Etude de la première étape : le grossissement ..... 25

2-1-2-2 - Etude de la deuxième étape : le détachement ..... 27

2-1-3 - Travaux de DAVIDSON et SCHULER ..... 30

2-2 - ETUDE EXPERIMENTALE ..... 32
2-2-1 - Appareillage ..... 32
2-2-2 - Technique opératoire ..... 33
2-2-3 - Description du phénomène de formation des bulles .. 34
2-2-3-1 - Etude qualitative ..... 34
2-2-3-2 - Hypothèses concernant la formation ..... 35
2-2-4 - Résultats expérimentaux ..... 35
2-3 - ETUDE THEORIQUE ..... 36
2-4 - ETUDE COMPARATIVE ..... 40
2-4-1 - Comparaison avec les travaux de HAYES, HARDY et HOLLAND ..... 40
2-4-2 - Comparaison avec les travaux de RAMAKRISHNAN, KUMAR et KULOOR ..... 40
2-4-3 - Comparaison avec le modèle de DAVIDSON et SCHULER 41
2-5 - RECHERCHE D'UN MODELE MATHEMATIQUE DE L'EMISSION ..... 41
2-5-1 - Influence de quelques paramètres ..... 41
2-5-2 - Modèle mathématique ..... 43

CHAPITRE 3 - ETUDE DE L'ASCENSION DES BULLES DANS LES LIQUIDES VISQUEUX

3-1 - TECHNIQUE EXPERIMENTALE ..... 46
3-2 - FORME ET VOLUME DES BULLES ..... 48
3-3 - VITESSE D'ASCENSION ..... 50
3-3-1 - Bulles sphériques ..... 52
3-3-2 - Sphéroïdes aplatis ..... 54
3-3-3 - Relation entre $C_D^*$ et $Re^*$ ..... 54
3-3-4 - Relation entre vitesse limite d'ascension des bulles et viscosité du milieu liquide ..... 55
3-3-5 - Relation entre la vitesse limite d'ascension et le nombre de Morton ..... 57
3-3-6 - Comparaison avec les travaux de CRABTREE ..... 57

CHAPITRE 4 - ETUDE DE LA COALESCENCE DES BULLES AU COURS DE LEUR ASCENSION

4-1 - MODELE MATHEMATIQUE DE LA DISTRIBUTION DES BULLES ..... 63

4-2 - UTILISATION PRATIQUE ..... 68

CONCLUSIONS ..... 72

BIBLIOGRAPHIE ..... 75

NOMENCLATURE

-:-:-:-:-:-:-:-

NOMENCLATURE

A : maître-couple

$C_D$ : coefficient de traînée

$C_\phi$ : constante d'orifice

D : diamètre de bulle sphérique

$d_c$ : diamètre équivalent de bulle

$d_f$ : diamètre frontal de bulle

E : excentricité

F : force

Fr : nombre de Froude

g : accélération de la pesanteur

h : hauteur de liquide

h' : distance entre bulles = 2h'

K : constante

k : $\frac{Q\ \rho_L\ g}{2\ U\mu}$

M : nombre de Morton

m : masse

N : fréquence des bulles

P : pression d'alimentation du gaz

Q : débit de gaz

R : rayon hydraulique de la colonne

Re : nombre de Reynolds

r : rayon de bulle

Sl : nombre de Strouhal

s : distance du centre de la bulle à l'orifice d'émission

T : période de formation d'une bulle

t : temps

U : vitesse d'ascension de bulle

V : volume de bulle

x : longueur du canal reliant la bulle à l'orifice

$\alpha$ : constante

$\beta$ : constante

$\lambda$ : constante

$\sigma$ : tension superficielle

$\mu_G$ : viscosité cinématique du gaz

$\mu_L$, $\mu$ : viscosité cinématique du liquide

$\rho_G$ : masse volumique du gaz

$\rho_L$ : masse volumique du liquide

$\Delta\rho$ : $\Delta\rho = \rho_G - \rho_L$

$\phi$ : diamètre de l'orifice d'émission

$\nu$ : viscosité dynamique

$\theta$ : angle de contact

-:-:-:-:-:-:-

# - INTRODUCTION -

Un grand nombre d'opérations fondamentales de Génie Chimique mettent en jeu des écoulements diphasiques gaz-liquide. La vitesse d'échange de matière et de chaleur intervenant entre les deux phases dépend non seulement des caractéristiques physiques du système, des débits, de la température, de la pression, mais encore de la turbulence des fluides et de la surface d'échange. Ces deux derniers facteurs sont étroitement liés à la technologie de l'appareillage et pour satisfaire à de bonnes conditions de fonctionnement, plusieurs processus peuvent être envisagés :

- distribution de liquide en couche mince sur une grande surface dont la forme impose au liquide et au gaz de brusques changements de direction, favorisant ainsi le mélange ;

- dispersion de liquide en gouttes dans un gaz : bien que ce procédé permette également d'obtenir des aires de contact très grandes, la goutte, de par la rigidité de sa surface, ne présente par les conditions de turbulence nécessaires à un bon échange ;

- bullage de gaz dans un liquide : les grandes surfaces de contact ainsi créées, jointes à une forte agitation du liquide, contribuent à un bon échange.

Ce dernier type de contact trouve de nombreuses applications, mettant en jeu différentes sortes d'appareillages, tels que colonnes à plateaux à calottes, colonnes à plateaux perforés, colonnes à clapets, brûleurs à combustion submergée, fermenteurs... Malgré la diversité de structure et d'application de ces appareils, ils sont le siège de phénomènes hydrodynamiques de même nature qui jouent un rôle essentiel dans les transformations physico-chimiques.

Ce rôle important est à l'origine de nombreux travaux entrepris dans ce domaine et la complexité du phénomène justifie une étude fondamentale.

Les difficultés que nous avons rencontrées lors de précédents travaux[19] sur l'étude de la combustion submergée de soufre liquide et d'hydrocarbures lourds avec de l'air ou de l'oxygène sur un plateau perforé où la réalisation d'un contact intime entre le fluide visqueux et le gaz s'est avérée délicate, nous ont incité à entreprendre, après une étude détaillée des résultats antérieurs, un travail de recherche sur l'hydrodynamique d'une bulle dans un fluide visqueux.

En effet, il est nécessaire de connaître, afin de mieux maîtriser les phénomènes de transfert, la surface d'échange, donc en fait la fréquence des bulles, leur volume et leur temps de séjour dans le réacteur.

C'est pourquoi nous nous sommes plus particulièrement attaché dans ce travail, en utilisant un appareillage adapté à l'étude de bulles isolées, à approfondir le mécanisme de formation des bulles dans des fluides de viscosité importante, à dégager des lois qui régissent leur ascension et enfin par une étude statistique, à essayer de définir les conditions de coalescence, étape élémentaire de l'évolution des bulles dans le milieu liquide dont la connaissance permet de prévoir la surface d'échange.

Nous présentons dans ce mémoire, après une analyse des travaux antérieurs, les résultats de nos recherches :

- Etude de la formation des bulles
- Etude de l'ascension des bulles
- Etude statistique de la coalescence

Dans ce travail nous nous sommes limité à l'étude hydrodynamique des bulles de gaz émises par un seul orifice évoluant dans un liquide de viscosité comprise entre 18 et 74 poises.

-:-:-:-:-:-:-:-:-

# - CHAPITRE 1 -

## ASPECT GENERAL DU PHENOMENE

— o —

## 1-1 - GENERALITES SUR LA FORMATION DE BULLES.-

La production de bulles à partir d'un orifice unique n'est pas d'un usage industriel, mais il paraît indispensable d'étudier un tel processus avant d'envisager l'émission de bulles par plusieurs orifices. Un certain nombre de recherches ont été réalisées dans ce domaine, et les résultats obtenus ne concordent pas toujours, les phénomènes intervenant étant nombreux et complexes.

### 1-1-1 - FACTEURS AGISSANT SUR LA FORMATION DES BULLES.-

Les principaux facteurs qui influencent la formation d'une bulle peuvent être groupés sous les trois rubriques suivantes :

Caractéristiques de l'appareillage

1°) Le diamètre de l'orifice $\emptyset$
2°) Le matériau constituant le système d'injection
3°) La forme de l'orifice
4°) Le volume de la chambre au-dessous de l'orifice

Caractéristiques des fluides

- Du gaz

1°) La masse volumique $\rho_G$
2°) La viscosité $\mu_G$

- Du liquide

1°) La masse volumique $\rho_L$
2°) La viscosité $\mu_L$
3°) La tension superficielle $\sigma$

Caractéristiques hydrodynamiques

1°) Débit de gaz Q
2°) Perte de charge à travers l'orifice $\Delta P$
3°) Circulation de liquide au voisinage de l'orifice.

1-1-2 - REGIME DE FORMATION DES BULLES.-

Il est bien certain que tous ces facteurs ne sont pas indépendants et il paraît difficile d'établir une expression générale faisant intervenir la plupart d'entre eux. Nous envisagerons successivement l'émission à volume constant, à volume et fréquence variables, à fréquence constante, ainsi que l'action du régime d'écoulement et de la tension superficielle.

1-1-2-1 - Emission à volume constant

Dans le cas de très faibles débits, les facteurs dynamiques peuvent être négligés, la bulle est alors soumise à la poussée d'Archimède $F_A$, et aux forces de tension superficielle $F_\sigma$.

La poussée d'Archimède s'exprime par :

$$F_A = \frac{\pi}{6} \cdot D^3 \cdot \Delta\rho \cdot g \qquad 1\text{-}1$$

avec :

D : diamètre de la bulle

$\Delta\rho$ : différence des masses volumiques du liquide et du gaz : $\Delta\rho = \rho_L - \rho_G$

g : accélération de la pesanteur

et les forces de tension superficielle par :

$$F_\sigma = \pi \cdot \phi \cdot \sigma \cdot \cos\theta \qquad 1\text{-}2$$

Si le matériau est parfaitement mouillé $\cos\theta = 1$.

A l'instant où la bulle se détache, $F_A = F_\sigma$ et il est possible alors de déduire de cette égalité la valeur de D :

$$D = \left(\frac{6\,\phi\,\sigma}{\Delta\rho \cdot g}\right)^{1/3} \qquad 1\text{-}3$$

Nous constatons ainsi que, tant que les forces dynamiques peuvent être négligées, le diamètre de la bulle est indépendant du débit de gaz Q, tandis que la fréquence de formation :

$$N = \frac{Q}{V}$$

est proportionnelle au débit V représentant le volume de la bulle.

L'ensemble des travaux[1] portant sur ce régime de formation fait apparaître que le nombre de Reynolds à l'orifice ne peut excéder 200. La viscosité et la vitesse d'injection du gaz sont pratiquement sans effet, et la tension superficielle seule influe sur le volume de la bulle.

1-1-2-2 - Formation avec une légère augmentation de volume

Les débits de gaz étant plus élevés on peut s'attendre à une modification de l'expression précédente où seront introduites la viscosité et certaines caractéristiques hydrodynamiques. L'effet de viscosité peut être prépondérant ou négligeable devant la vitesse du gaz, l'équation proposée est alors[2] :

$$D = K \left(\frac{\phi \cdot \sigma}{\Delta\rho}\right)^{1/3} (Q\ \mu_L)^{1/4} \qquad 1\text{-}4$$

où K est une constante dépendant du système d'unité.

DAVIDSON et SCHULER se sont attachés à étudier la formation de bulles, soit à débit constant, soit à pression constante. Dans le premier cas ils ont établi que le volume de la bulle était seulement lié au débit de gaz et à la viscosité cinématique du liquide, la dimension de l'orifice ayant une faible influence. Dans le deuxième cas, pour les faibles débits, ils partent de la relation simple :

$$Q = \frac{dV}{dt} = k\ (\Delta P)^{1/2}$$

$$Q = \frac{dV}{dt} = k\ \left(P - \rho g h + \rho g s - \frac{\sigma}{D}\right)^{1/2} \qquad 1\text{-}5$$

où en particulier (figure 1-1) :

P est la pression en amont de l'orifice
k la constante de l'orifice
h la hauteur de liquide
s la distance verticale parcourue par la bulle

Par intégration graphique les auteurs arrivent au volume de la bulle.

1-1-2-3 - Formation à fréquence constante

Dans le cas des très forts débits la fréquence de formation augmente très faiblement avec le débit et dans certains cas peut même être considérée comme constante : il s'ensuit alors que c'est le volume de la bulle qui croît. Ces conditions de formation de bulles ont été étudiées par de nombreux auteurs : COPPOCK et MEICKLEJOHN[3], BENZING et MYERS[4], QUIGLEY, JOHNSON et HARRIS[5], LEIBSON, HOLCOMB, CACOSO et JACMIC[6], DAVIDSON et AMICK[7] et CALDERBANK[1] qui sont unanimes sur cette interprétation de la formation des bulles et sur l'influence du débit ; toutefois, ils ne précisent pas la limite inférieure de débit. DATTA, NAPIER et NEWITT[8], DAVIDSON et SCHULER[2], SIEMES et KAUPMAN[9] ont établi un certain nombre de relations entre le diamètre de la bulle et le débit de gaz.

Certains auteurs signalent la formation de bulles à fréquence constante, mais ce n'est qu'une approximation. Ils ont essayé en particulier de lier la fréquence d'émission au diamètre de l'orifice. On constate en fait que la fréquence d'émission croît très peu avec une augmentation du débit, mais que le volume des bulles augmente très sensiblement. Pour de plus forts débits le problème est un peu plus complexe ; les bulles ont une forme allongée au moment de l'émission sous l'effet de la vitesse du gaz, la partie inférieure allongée reliant la partie principale de la bulle à l'orifice a tendance à se diviser et il apparaît alors de nombreux satellites, que la plupart des techniques de comptage ne peuvent détecter. La fréquence des bulles dénombrées diminue malgré une augmentation du débit de gaz.

DAVIDSON et HARRISON[10] ont pu établir une équation liant le volume de la bulle à la vitesse de passage du gaz à travers l'orifice. Ces auteurs supposent que la bulle se détache lorsque la distance du centre de la bulle à l'orifice est égale à son rayon. Cette distance peut être calculée en exprimant la poussée d'Archimède et les forces dynamiques. Dans un liquide, il faut associer à la masse de la bulle, la masse de liquide déplacé entourant la bulle prise égale à $1/2\ \rho_L\ V$, ce qui permet d'écrire :

$$V\ (\rho_L - \rho_G)\ g = \frac{d}{dt}\left[\left(\rho_G\ V + \frac{1}{2}\ \rho_L\ V\right)\frac{ds}{dt}\right] \qquad 1\text{-}6$$

En négligeant $\rho_G$ devant $\rho_L$, et en tenant compte que :

$$V = Qt \quad \text{avec } Q \text{ constant,}$$

$$gt = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\ t\ \frac{ds}{dt}\right)$$

Une première intégration entre les limites $t = 0$ et $t = t$, conduit à :

$$\frac{ds}{dt} = g \cdot t$$

et en intégrant, avec la condition limite $\frac{ds}{dt} = 0$ pour $t = 0$, on obtient :

$$s = \frac{1}{2}\ g\ t^2 \qquad 1\text{-}7$$

Lorsque la bulle se détache, $s = r$, on peut donc écrire :

$$r^3 = \frac{3\ Qt}{4\ \pi} = s^3 = \frac{g^3\ t^6}{8}$$

d'où :

$$t = \frac{1}{g^{3/5}} \cdot \left(\frac{6\ Q}{\pi}\right)^{1/5}$$

et : $$V = Qt = \left(\frac{6}{\pi}\right)^{1/5} \cdot \frac{Q^{6/5}}{g^{3/5}} \qquad 1\text{-}8$$

V est alors pratiquement proportionnel au débit de gaz.

1-1-3 - INFLUENCE DU REGIME D'ECOULEMENT DU GAZ A L'INJECTION.-

Lorsque le nombre de Reynolds à l'orifice d'émission est supérieur à 2100, les bulles peuvent se scinder en deux en raison de la turbulence et ce phénomène est d'autant plus sensible que leur forme s'éloigne d'une sphère. Un accroissement du débit cause évidemment une déformation des bulles, favorisant ainsi leur division en deux.

LEIBSON et ses collaborateurs[6] ont montré que pour des nombres de Reynolds supérieurs à 10.000, le jet de gaz à l'émission provoque la formation simultanée de bulles de petite et grande dimension et le phénomène est difficilement observable. Toutefois les travaux de RENNIE et EVANS[11], indiquent que pour des nombres de Reynolds de 40.000, la formation est suivie d'un éclatement : les bulles résultantes prises dans des tourbillons sont de forme très irrégulière. Les bulles se formeraient par doublets ou triplets, la turbulence régnant à l'intérieur de chacune d'elle entraînant la coalescence par aspiration de sa voisine. La partie en forme de pédoncule qui relie la bulle à l'orifice se détache de ce dernier, et vient s'intégrer dans la bulle avec une certaine vitesse, provoquant ainsi des déformations de surface. Lorsque le déroulement du processus est lent, il peut se produire des chocs entre deux bulles successives ; la bulle ainsi heurtée est facilement divisée, contribuant à l'augmentation de la surface de contact entre les deux phases. Les bulles de petites dimensions regroupées entre elles ou non sont aspirées par le vortex : de nombreuses perturbations sont ainsi apportées au niveau de la surface des bulles primaires favorisant le transfert de masse.

On peut également constater que pour un nombre de Reynolds supérieur à 1000, ce qui correspond au régime d'écoulement utilisé en général dans l'appareillage industriel, on obtient des bulles dont les dimensions sont caractéristiques de l'orifice d'émission. Ces dimensions deviennent de moins en moins dépendantes du diamètre de l'orifice au fur et à mesure que le débit augmente, et pour des nombres de Reynolds supérieurs à 5000, la dimension de l'orifice n'influe plus, par contre la dimension des bulles est fonction du débit de gaz et des propriétés physiques du liquide.

La grosseur des bulles peut également évoluer au cours de leur ascension. LEIBSON et ses collaborateurs[6] ont particulièrement étudié la diminution du volume de la bulle, ainsi d'ailleurs que CALDERBANK[1] ; ils ont travaillé dans un domaine de nombres de Reynolds compris entre 2100 et 10000. CALDERBANK mesurant le débit de gaz,et la fréquence des bulles soit à l'aide d'un fil résistant placé juste au-dessus de l'orifice soit à l'aide d'un microphone placé dans la canalisation d'alimentation de gaz, en déduit le volume des bulles ; il montre ainsi que leur dimension augmente comme le débit de gaz à la puissance un tiers, ce qui n'est pas parfaitement en accord avec les travaux de LEIBSON.

Par ailleurs, il a mesuré la dimension moyenne des bulles en fonction du nombre de Reynolds par une méthode photographique et a constaté une brusque diminution du diamètre au changement de régime d'écoulement. Pour des nombres de Reynolds compris entre 2100 et 10000, le diamètre des bulles est alors exprimé par l'équation :

$$D = 0,71\ Re^{-0,05} \qquad 1\text{-}9$$

D est alors indépendant du diamètre de l'orifice.

Ces résultats ont été confirmés par RENNIE et EVANS[11].

Il faut signaler par ailleurs que quelques chercheurs[2] ont étudié la formation de bulles à débit de gaz constant, ainsi qu'à pression d'alimentation de gaz constante. Ces deux modes d'émission sont particulièrement caractéristiques des faibles débits. Pour les débits élevés, la formation à pression constante est identique à la formation à débit constant.

1-1-4 - INFLUENCE DES CARACTERISTIQUES DES FLUIDES.-

Les études effectuées à ce jour font très souvent intervenir l'air et de ce fait on dispose de peu d'informations sur l'influence des propriétés physiques du gaz. Quoiqu'il en soit, il apparaît qu'elles sont négligeables devant celles du liquide. Divers travaux traitent de l'influence des propriétés physiques du liquide, mais l'ensemble de ces résultats ne permet pas d'établir une loi générale, et de nombreuses divergences sont apparues en ce qui concerne l'influence de certaines propriétés, telles que la viscosité, la masse volumique et la tension superficielle[2, 3, 4, 5, 8]. Les diverses conclusions sont souvent contradictoires, c'est ainsi que DAVIDSON et SCHULER[2] indiquent une augmentation, très marquée du volume des bulles avec la viscosité, alors que QUIGLEY, JOHNSON et HARRIS[5] signalent une augmentation faible et COPPOCK et MEICKLEJOHN[3] n'observent pas d'évolution.

En ce qui concerne la tension superficielle DAVIDSON et SCHULER ont pu montrer que son effet est négligeable dans un fonctionnement à débit de gaz constant et forte perte de charge, mais que son influence peut être mise en évidence avec une émission à pression constante.

Il est très vraisemblable que la divergence entre les résultats divers est due en particulier aux différences dans les régimes de formation des bulles et dans les formes et dimensions d'orifice, ainsi que dans le mode d'alimentation en gaz.

1-1-4-1 - Effet de la tension superficielle

L'effet de la tension superficielle est très complexe. Dans la plupart des études réalisées la tension superficielle ne prend une réelle importance que lorsque les forces d'inertie sont relativement faibles. Aux très faibles débits, son action est déterminante comme il a été indiqué dans l'équation (1-3). Cependant, la forme de l'orifice et la mouillabilité du matériau qui le constitue jouent un grand rôle ; ces paramètres ont été étudiés particulièrement par PATTLE[12]. Aux grands débits d'air, la bulle se forme à l'orifice, croît très rapidement mais sa partie supérieure vient buter contre la bulle précédente. Dans l'eau, la deuxième bulle coalesce avec la première pour donner une bulle sphérique en forme de tore selon le débit de gaz[11].

Si l'eau contient un produit ne favorisant pas la coalescence, le processus est différent ; la bulle est poussée de côté par la précédente et divisée. Son interaction sur la bulle qui la suit est pratiquement nulle, cette dernière croît alors normalement. Il en résulte un grand nombre de bulles de petites dimensions, ceci étant particulièrement marqué pour les faibles et moyens débits.

Le mécanisme contrariant la coalescence est actuellement très obscur, mais il semble dépendre en particulier de l'élasticité et de la viscosité de surface : c'est ainsi que les impuretés (même en faible quantité) jouent un rôle très important en modifiant les conditions au niveau de l'interface. Il semble par exemple que le teepol ait une influence relativement faible sur le mécanisme de division des bulles à l'émission, alors que l'alcool nonylique contrarie la coalescence à ce même niveau : il en résulte dans ce cas une diminution du diamètre moyen des bulles. De nombreux produits organiques et certaines impuretés telles que les huiles et les graisses peuvent avoir un effet similaire, plus ou moins prononcé. Les résultats obtenus au laboratoire, en utilisant des produits purs tels que l'eau, le nitrobenzène et les liquides organiques pour lesquels les meilleures conditions de coalescence sont réunies, sont difficilement extrapolables aux systèmes industriels qui contiennent toujours plus ou moins d'impuretés.

### 1-1-4-2 - Autres facteurs agissant sur la forme des bulles

Effets mécaniques

Les courants liquides au niveau de l'orifice, la turbulence, ainsi que l'inclinaison et la forme de l'orifice ont une certaine influence sur la dimension des bulles.

Effet physico-chimique

Par ailleurs, les graisses et autres produits qui augmentent l'angle de contact et retardent le détachement permettent d'obtenir de grosses bulles.

## 1-2 - ASCENSION DES BULLES.-

De nombreux chercheurs utilisant l'air ont traduit leurs résultats sous forme empirique : les données relatives à la vitesse d'ascension des bulles de gaz sont rares et contradictoires.

### 1-2-1 - BULLES SPHERIQUES.-

Les premiers travaux concernant le mouvement de sphères rigides dans un milieu liquide infini sont de STOKES (1880) qui a proposé pour relier la vitesse au diamètre, aux masses volumiques, et à la viscosité du liquide, l'équation :

$$U = \frac{g \cdot D^2 (\rho_L - \rho_G)}{18 \mu_L} \qquad 1\text{-}10$$

Celle-ci est valable en particulier dans le cas d'écoulement de bulles gazeuses dans les liquides. Dans les régimes d'écoulement où les facteurs d'inertie jouent un rôle important, un coefficient $C_D$ est utilisé pour rassembler certaines données expérimentales : c'est le coefficient de traînée

$$C_D = \frac{2 R'}{\rho_L \cdot U^2 \cdot A} \qquad 1\text{-}11$$

R' : force opposée à l'écoulement

A : maître-couple

A vitesse constante, V étant le volume du solide

$$R' = V \cdot \Delta\rho \cdot g$$

Pour une sphère, V et A peuvent s'exprimer en fonction du diamètre D, si bien que

$$C_D = \frac{4 \cdot D \cdot \Delta\rho \cdot g}{3 \cdot \rho_L \cdot U^2} \qquad 1\text{-}12$$

Pour le régime d'écoulement de STOKES, la valeur de $C_D$ devient :

$$C_D = \frac{24}{Re} \qquad 1\text{-}13$$

avec $Re < 1$

De nombreuses études portant sur la circulation de petites bulles sont en très bon accord avec l'équation de STOKES (1-13) de même que les travaux sur des liquides contenant des impuretés qui, comme nous l'avons signalé, gênent les mouvements de surface des bulles, les rendant ainsi rigides et pratiquement indéformables.

HADAMART et RYBEZYNSKI[20, 21] ont analysé le mouvement d'une sphère déformable (bulle de gaz ou goutte de liquide) pour les faibles nombres de Reynolds ($Re < 1$). La circulation de veines fluides du milieu continu de viscosité $\mu_L$ entourant la sphère engendre des mouvements à l'intérieur de cette même sphère. Le coefficient de traînée est influencé par la viscosité des deux milieux, il s'exprime par :

$$C_D = \frac{24}{Re} \cdot \left(\frac{2\,\mu_L + 3\,\mu_G}{3\,\mu_L + 3\,\mu_G}\right) \qquad 1\text{-}14$$

Dans le cas de bulles $\mu_G$ est très petit devant $\mu_L$, et peut être négligé,

$$C_D = \frac{16}{Re} \qquad 1\text{-}15$$

La relation d'HADAMART a pu être vérifiée dans des conditions particulières, par exemple avec de l'eau extrêmement pure, ce qui n'est généralement pas le cas dans la pratique industrielle.

Aux très grands nombres de Reynolds et pour des bulles sphériques, LOCHIEL[22] a établi l'équation empirique suivante :

$$C_D = \frac{48}{Re\left[1 + \frac{\mu_G}{\mu_L} - \frac{0,314}{Re^{1/2}}\left(\frac{4}{3} + \frac{2\,\mu_G}{\mu_L}\right)\right]}$$

qui s'apparente à la relation de MOORE[23].

Dans le cas de bulles non sphériques, le diamètre équivalent est généralement introduit dans les expressions mentionnées ci-dessus pour le calcul du coefficient de traînée. C'est là une simplification pour les études expérimentales et théoriques de la vitesse d'ascension et du volume des bulles qui n'est plus valable si si leur forme est trop éloignée de celle de la sphère.

1-2-2 - BULLES NON SPHERIQUES.-

Les bulles conservent une forme sphérique tant que leur volume est faible, mais pour des volumes plus importants, elles prennent la forme d'un sphéroïde aplati. Cet aplatissement va en se prononçant sur la face inférieure au fur et à mesure que le volume croît, et à la limite, la bulle a la forme d'une calotte sphérique. Le volume de la bulle correspondant au changement de forme est en relation avec les conditions opératoires et plus particulièrement avec la viscosité du liquide dans lequel elle évolue.

Certains travaux font état de la notion d'excentricité E qui est le rapport des deux axes principaux[24]. Ils ont conduit aux résultats suivants :

- calottes sphériques :

$$E = 3,5$$

- ellipsoïdes :

$$E = 0{,}675 \cdot (Re\, M^{0,23})^{0,528}$$

pour $2 < Re\, M^{0,23} < 6$

$$E = 0{,}4 \cdot (Re\, M^{0,23})^{0,84}$$

pour $6 < Re\, M^{0,23} < 16{,}5$

où M est le nombre de Morton

$$M = \frac{g \cdot \mu_L^4}{\rho_L \cdot \sigma^3} \qquad 1\text{-}17$$

On remarque en particulier dans le cas de calottes sphériques que l'excentricité est indépendante des caractéristiques du milieu continu.

1-2-3 - RESULTATS QUALITATIFS.-

Un certain nombre d'études ont été réalisées avec divers liquides tels que l'eau, l'alcool méthylique, des solutions de glycérine et d'alcool éthylique. Dans le cas d'écoulement de bulles dans l'eau et pour des diamètres inférieurs à 1 cm, la vitesse d'ascension est influencée par le degré de pureté de la phase liquide. La pratique industrielle correspond très généralement à l'utilisation de liquides comportant des produits en solution ; il s'ensuit que les bulles gazeuses de faibles dimensions ont tendance à se conduire comme des sphères indéformables.

La vitesse d'ascension croît rapidement avec le diamètre tant que la bulle reste sphérique, mais pour la calotte sphérique, elle reste sensiblement constante : elle peut être traduite alors par l'expression

$$U = 1{,}02 \left(g \frac{De}{2}\right)^{1/2} \qquad 1\text{-}18$$

Pour des bulles dont le diamètre est inférieur à 1 mm ($Re < 200$) l'ascension s'effectue selon un trajet rectiligne. Pour un diamètre supérieur à 1,5 mm ($Re = 400$) la bulle aplatie suit un trajet en zig-zag, une augmentation de volume accentue l'effet de zig-zag et l'aplatissement qui en résulte

augmente aussi le coefficient de traînée[28]. Cette ascension devient spiralée lorsque le diamètre augmente et pour des diamètres supérieurs à 6 mm, l'ascension est à nouveau rectiligne.

Le mouvement d'ascension étant affecté par le degré de pureté du liquide, BOUSSINESQ[25] a traduit le coefficient de traînée par l'expression

$$C_D = \frac{24}{Re}\left[ e_1 + (2\,\mu_L + 3\,\mu_G)\left(\frac{D}{2}\right)\right]\Big/\left[e_1 + (3\,\mu_L + 3\,\mu_G)\left(\frac{D}{2}\right)\right] \qquad 1\text{-}19$$

pour $Re < 1$

où $e_1$ est une constante proportionnelle à la viscosité de surface.

Pour les grandes valeurs de $e_1$, le coefficient de traînée satisfait à l'équation de STOKES.

Quelques auteurs ont effectué des études pour des milieux liquides autres que l'eau, en particulier, les produits organiques dont les caractéristiques physiques : viscosité et tension superficielle permettent d'atteindre de nouveaux domaines. Utilisant le nombre M comme critère, ils distinguent deux cas :

- liquides dont M est faible ($M < 10^{-8}$, en particulier l'eau)
- liquides dont M est élevé ($M > 10^{-3}$, en particulier les produits organiques).

Dans le cas des liquides organiques, on n'observe plus les phénomènes mis en évidence avec l'eau, en particulier, l'effet d'ascension en zig-zag ou spiralée. Toutes les divergences de comportement tendent à disparaître pour des nombres de Reynolds élevés.

o

o o

# - CHAPITRE 2 -

## ETUDE DE LA FORMATION DES BULLES

—— o ——

La formation de bulles dans un liquide peut se concevoir de deux façons différentes (figure 2-1) :

- formation à débit de gaz constant,
- formation à pression de gaz constante.

La formation de bulles à débit constant ne peut avoir lieu que si le gaz est directement introduit dans le liquide sans chambre d'expansion. Ce mode opératoire nous a paru de peu d'intérêt pour une utilisation industrielle et nous avons préféré étudier la formation de bulles émises à partir d'une chambre alimentée à débit constant et à l'intérieur de laquelle règne une pression sensiblement constante. La formation d'une bulle au niveau de l'orifice est un phénomène périodique pulsatoire et on peut déduire que le débit au niveau de l'orifice est une fonction du temps, tandis que sa valeur moyenne est égale au débit de gaz à l'entrée dans la chambre. Le phénomène pulsatoire à l'émission entretient donc une pression également pulsatoire dans la chambre, mais dans le cas de volumes de chambre importants, les variations de pression seront très faibles et pourront être négligées.

## 2-1 - ANALYSE DES RESULTATS.-

Les travaux antérieurs se rapportant à la formation des bulles sont relatifs à des conditions opératoires diverses. La complexité du problème a conduit les auteurs à émettre certaines hypothèses simplificatrices valables pour le domaine étudié. En conclusion de notre analyse bibliographique, nous avons retenu trois modèles dont les conditions d'établissement semblaient très voisines de nos conditions expérimentales. Ce sont les études de :

1°) - H.B. HAYES, B.W. HARDY et C.D. HOLLAND[13]

2°) - S. RAMAKRISHNAN, R. KUMAR et N.R. KULOOR[16]

3°) - J.F. DAVIDSON et B.O.G. SCHULER[2]

2-1-1 - TRAVAUX DE HAYES, HARDY ET HOLLAND.-

Les auteurs supposent que la bulle demeure sphérique au cours de sa formation ; ils décomposent son évolution en deux stades (figure 2-2) :

1°) un grossissement de la bulle, la position du centre restant inchangée,

2°) un déplacement de la bulle ramenant sa partie inférieure au niveau de l'orifice.

On peut écrire l'équation d'augmentation de volume sous la forme :

$$\frac{dV}{dt} = Q$$

Soit encore :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dD} \cdot \frac{dD}{dt} = \frac{\pi D^2}{2} \cdot \frac{dD}{dt} = \pi D^2 \cdot \frac{dr}{dt} = Q$$

La vitesse de déplacement du centre de la bulle s'écrit :

$$U_n = \frac{dr}{dt} = \frac{Q}{\pi D^2}$$

tandis que la vitesse de déplacement d'un point quelconque de la bulle est représentée par la somme vectorielle (figure 2-2) :

$$\overrightarrow{U_i} = \overrightarrow{U_{1i}} + \overrightarrow{U_{2i}}$$

La composante verticale de la vitesse d'ascension sera donnée par

$$U_{iy} = U_{1i} \sin \alpha + U_{2i}$$

Les modules des vecteurs $\overrightarrow{U_{1i}}$ et $\overrightarrow{U_{2i}}$ sont identiques :

$$U_n = U_{1i} = U_{2i}$$

et : $$U_{iy} = U_n (1 + \sin \alpha)$$

Le grossissement de la bulle en cours de formation s'effectue symétriquement par rapport à l'axe vertical passant au centre de l'orifice. La vitesse moyenne de l'ensemble des points de la bulle peut être définie par l'équation :

$$U = \frac{1}{2\pi r} \int_0^{2\pi} U_{iy} \cdot r \cdot d\omega$$

dont l'intégration donne :

$$U = U_n$$

Examinons les forces qui agissent sur la bulle en cours de formation. Nous devons considérer :

1°) La poussée d'Archimède $F_A$

$$F_A = V (\rho_L - \rho_G) g \qquad 2\text{-}1$$

Notons toutefois que cette force a été surestimée car elle ne tient pas compte de la liaison entre la bulle et l'orifice, le terme correctif est donc :

$$\frac{\pi \phi^2}{4} \cdot (P_o - P_i) \quad \text{(figure 2-3)}$$

d'où :

$$F'_A = F_A - \frac{\pi \phi^2}{4} (P_o - P_i) \qquad 2\text{-}2$$

2°) L'action de la tension superficielle $F_\sigma$

$$F_\sigma = \pi \phi \sigma \cos \theta \qquad 2\text{-}3$$

3°) La force de traînée $F_t$

$$F_t = \frac{C_D \rho_L U^2 A}{2} \qquad 2\text{-}4$$

4°) La force d'inertie du gaz $F_o$

$$F_o = U_o \frac{dm}{dt} \qquad 2\text{-}5$$

$U_o$ étant la vitesse du gaz dans l'orifice.

5°) L'action opposée par le liquide au cours de la formation de la bulle $F_e$

$$F_e = m' \frac{dU}{dt} \qquad 2\text{-}6$$

où U est la vitesse du centre de la bulle en formation.

Le bilan de toutes ces forces conduit à :

$$F'_A + F_o - (F_\sigma + F_t + F_e) = \frac{d(m\,U)}{dt}$$

ou encore :

$$U_o \frac{dm}{dt} + gV(\rho_L - \rho_G) + \frac{\pi \phi^2}{4}(P_i - P_o) - \pi \phi \sigma . \cos\theta - \frac{C_D \rho_L U^2 A}{2} - m' \frac{dU}{dt} = \frac{d(mU)}{dt} \qquad 2\text{-}7$$

Regroupons les deux termes : $\frac{d(mU)}{dt} - U_o \frac{dm}{dt}$ de l'équation précédente. On obtient :

$$\frac{d(mU)}{dt} - U_o \frac{dm}{dt} = m \frac{dU}{dt} + U \frac{dm}{dt} - U_o \frac{dm}{dt}$$

$$\frac{d(mU)}{dt} - U_o \frac{dm}{dt} = m \left(\frac{dU}{dD}\right)\left(\frac{dD}{dt}\right) + (U - U_o)\frac{dm}{dt}$$

$$\frac{d(mU)}{dt} - U_o \frac{dm}{dt} = 2\,mU \left(\frac{dU}{dD}\right) + (U - U_o)\frac{dm}{dt} \qquad 2\text{-}8$$

nous disposons par allleurs des relations :

$$U = \frac{Q}{\pi D^2} \longrightarrow \frac{dU}{dD} = \frac{-2Q}{\pi D^3}$$

$$U_o = \frac{4Q}{\pi \phi^2}$$

$$m = \rho_g V$$

On en tire l'équation :

$$\frac{d(mU)}{dt} - U_o \frac{dm}{dt} = - \frac{4 Q^2 \rho_g}{\pi \phi^2} \left[ 1 - \frac{1}{12} \left(\frac{\phi}{D}\right)^2 \right] \qquad 2\text{-}9$$

La force de traînée F peut s'écrire :

$$F = \frac{C_D \rho_1 U^2 A}{2} = \left(\frac{C_D \rho_1}{2}\right) \left(\frac{Q^2}{\pi^2 D^4}\right) \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)$$

$$F = \frac{3 g \rho_1 C_D F_r V}{4}$$

Fr étant le nombre de Froude défini par $Fr = \frac{U^2}{Dg}$ .

En ce qui concerne le terme $m' \frac{dU}{dt}$, STREETER a montré que la masse m' de liquide déplacé pouvait être exprimée en fonction du volume de la bulle par[18] :

$$m' = \chi \cdot \rho_G \cdot V$$

Le terme $\chi$ étant caractéristique du type d'écoulement.

On peut donc écrire :

$$m' \frac{dU}{dt} = \rho_1 V \chi \left(\frac{dU}{dt}\right) = \rho_1 V \chi \left(\frac{dU}{dD}\right) \left(\frac{dD}{dt}\right)$$

Soit : $$m' \frac{dU}{dt} = \rho_1 V \chi \left(\frac{-2Q}{\pi D^3}\right) \left(\frac{2Q}{\pi D^2}\right) = -4 \rho_1 g \chi Fr V$$

L'ensemble de ces transformations peut être reporté dans l'équation 2-7 pour donner :

$$V(\rho_l - \rho_g)(1 - \Psi) = \pi \phi \sigma (1 - \frac{\phi}{D}) - \varphi \qquad 2\text{-}10$$

avec :

$$\Psi = \frac{3\,\rho_l}{4(\rho_l - \rho_g)} \cdot Fr \cdot \left[ C_D - \frac{16}{3} \chi \right] \qquad 2\text{-}11$$

et :

$$\varphi = \frac{4\,Q^2\,\rho_g}{\pi \phi^2} \left[ 1 - \frac{1}{12} \left(\frac{\phi}{D}\right)^2 \right] \qquad 2\text{-}12$$

$\Psi$ est à la fois une fonction du nombre de Froude et du nombre de Reynolds, puisque $C_D$ est lié à ce dernier. Le premier membre de l'équation est difficilement calculable, contrairement au second, qui ne fait appel qu'à des grandeurs parfaitement connues.

HAYES et ses collaborateurs décomposent l'étude suivant la valeur du terme $\pi \phi \sigma (1 - \frac{\phi}{D})$.

<u>1er cas</u> : $\pi \phi \sigma (1 - \frac{\phi}{D}) > \varphi$

Le terme relatif à la tension superficielle est prépondérant.

Les valeurs expérimentales de la quantité $(1 - \Psi)$ peuvent être exprimées en fonction des nombres de Froude, de Reynolds et du rapport $\frac{\phi}{D}$ par :

$$1 - \Psi = K\, Re^a\, Fr^b \left(\frac{\phi}{D}\right)^c$$

avec :

$$Re = \frac{DV\,\rho_l}{\mu} = \frac{Q\,\rho_l}{\pi D \mu} \quad \text{et} \quad Fr = \frac{U^2}{Dg} = \frac{Q^2}{\pi^2 D^5 g}$$

Le volume de la bulle varie peu en fonction du débit, tandis que la fréquence d'émission des bulles varie d'une façon appréciable.

2ème cas : $\pi \phi \sigma (1 - \frac{\phi}{D}) < \Psi$

C'est le processus inverse, le volume de la bulle varie très sensiblement avec le débit, la fréquence restant presque inchangée.

L'équation 2-10 peut être résolue en explicitant V en faisant remarquer d'une part que $(1 - \Psi)$ est lié à V, que d'autre part $V = \frac{Q}{N}$. Cette dernière relation permet d'obtenir la fréquence d'émission en fonction des diverses variables.

Dans le cas :

$$\pi \phi \sigma (1 - \frac{\phi}{D}) > \Psi,$$ on obtient :

$$N = \frac{7,56 \cdot 10^{-3}}{\overline{Re}^3} (\overline{Fr}\ \overline{Re}^{-5})^{-0,172} (N'\ Q\ \overline{Re}^3)^{0,525} \left[ \left( \frac{\phi\ \overline{Re}^{-1}}{(\frac{6Q}{\pi})^{1/3}} \right) \right]^{-0,697} \qquad 2\text{-}13$$

où $$\overline{Fr} = Fr \cdot N^{-5/3} = \frac{Q^{1/3}}{g\ \pi^{1/3}\ 6^{5/3}}$$

$$\overline{Re} = Re\ N^{-1/3} = \frac{Q^{2/3}\ \rho_1}{\pi^{2/3}\ 6^{1/3}\ \mu_L}$$

et : $$N' = (\frac{\pi}{6}) \left| (\frac{\Delta\rho \cdot g}{\pi \phi \sigma (1 - \phi/D) - \Psi}) \right|$$

Dans le cas :

$\pi \phi \sigma (1 - \frac{\phi}{D}) < \Psi$ c'est l'expression de V qui a été recherchée :

$$V = \frac{23,4}{N'} (Fr'\ N'^{5/3})^{0,463} (Re'\ N'^{1/3})^{-0,0764} (\phi\ N'^{1/3})^{0,712} \qquad 2\text{-}14$$

où : $Fr' = Fr\ D^5$

$Re' = Re\ D$

Nous avons noté que dans l'équation 2-10 intervenait le rapport $\frac{\phi}{D}$, toutefois pour les faibles valeurs de $\phi$, le rapport $\frac{\phi}{D}$ peut être négligé dans l'expression $(1 - \frac{\phi}{D})$ et on obtient alors l'expression simplifiée de V, suivante :

$$V = \frac{5,94}{N'} (Fr' N'^{5/3})^{0,748} (Re' N'^{1/3})^{- 0,0637} \quad 2\text{-}15$$

2-1-2 - TRAVAUX DE RAMAKRISHNAN, KUMAR et KULOOR.-

La formation de la bulle se décomposerait en deux étapes : d'abord un grossissement, la bulle étant tangente à la plaque d'émission, puis une ascension, la bulle étant alors reliée à l'orifice par un canal restant ainsi toujours alimentée (figure 2-4).

2-1-2-1 - Etude de la première étape : le grossissement

Les forces intervenant au cours de cette première évolution sont : $F_A$, $F_t$, $F_\sigma$ et F (force d'inertie).

Les auteurs considèrent la masse virtuelle de la bulle, c'est-à-dire sa masse propre $\rho_G V$, augmentée du terme $\frac{11}{16} \rho_l V$ qui fait intervenir la masse de liquide déplacé entourant la bulle.

On a donc :

$$m = V (\rho_g + \frac{11}{16} \rho_l) \quad 2\text{-}16$$

et puisque $\rho_l \gg \rho_G$, on peut écrire à l'instant $t_e$ (le temps initial de formation de la bulle étant pris égal à 0)

$$m = \frac{11}{16} \cdot \rho_l \cdot V = \frac{11}{16} \cdot \rho_l \cdot Q \cdot t_e$$

Par ailleurs la force d'inertie est égale à :

$$F = \frac{d}{dt_e} (m U_e) = m \frac{dU_e}{dt_e} + U_e \frac{dm}{dt_e}$$

où : $$\frac{dm}{dt_e} = \frac{11}{16} \cdot \rho_1 \cdot Q$$

L'expression du rapport $\frac{dU_e}{dt_e} = \frac{d^2 r_e}{dt^2_e}$ est obtenue en partant de l'équation :

$$V = Q\, t_e = \frac{4}{3} \pi r^3_e$$

Sa valeur en est :

$$\frac{dU_e}{dt_e} = -\left[ Q^2 / 6\pi \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3} \right] V^{-5/3}$$

On en déduit donc :

$$\frac{d\,(m\,U_e)}{dt_e} = \frac{Q^2 \left(\frac{11}{16} \rho_1\right) V^{-2/3}}{12\,\pi \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3}}$$

Le bilan des forces agissant sur la bulle peut se traduire par l'équation :

$$V_e^{5/3} = \frac{11}{192 \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3} g} Q^2 + \frac{3}{2 \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3} g} \frac{\mu}{\rho_1} Q V_e^{1/3} + \frac{\pi \phi \sigma}{\rho_1 g} V_e^{2/3} \qquad 2\text{-}17$$

où $V_e$ est la valeur particulière du volume à la fin de la première étape.

Cette équation est générale et susceptible de simplifications dans certains cas particuliers.

Dans le cas de liquides peu visqueux :

$$V_e^{5/3} = \frac{11}{192 \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3} g} Q^2 + \frac{\pi \phi \sigma}{\rho_1 g} V_e^{2/3} \qquad 2\text{-}18$$

Dans le cas des liquides à faible tension superficielle l'équation 2-17 devient :

$$V_e^{5/3} = \frac{11}{192\ (\frac{3}{4\pi})^{2/3}\ g}\ Q^2 + \frac{3}{2\ (\frac{3}{4\pi})^{1/3}\ g}\ \frac{\mu}{\rho_1}\ Q\ V_e^{1/3} \qquad 2\text{-}19$$

Dans les conditions statiques :

$$V_e^{5/3} = \frac{\pi \phi \sigma}{\rho_1\ g}\ V_e^{2/3} \qquad 2\text{-}20$$

2-1-2-2 - Etude de la deuxième étape : le détachement

Dans ce deuxième stade de formation, l'équilibre des forces est détruit et la bulle commence à monter. On admet qu'elle se détache quand sa base a parcouru une distance $r_e$ égale au rayon correspondant à celui de la bulle en fin de première étape.

L'expression du mouvement de la bulle s'écrit au temps $t_f$ (le temps initial de la deuxième étape étant pris égal à 0).

$$\frac{d}{dt}\ (m\ U') = (V_e + Q\ t_f)\ \rho_1\ g - 6\pi\ r\ \mu\ U' - \pi \phi \sigma$$

avec :
$$U' = U + \frac{dr}{dt_f} = U + U_e$$

où U est la vitesse de la base de la bulle. En utilisant l'expression de U', l'équation précédente devient :

$$m\ \frac{dU}{dt_f} + U\ \frac{dm}{dt_f} = (V_e + Q\ t_f)\ \rho_1\ g - 6\pi\ r\ \mu\ U - 6\pi\ r\ \mu\ U_e$$

$$- \frac{Q^2\ (\frac{11}{16}\ \rho_1)\ (V_e + Q\ t_f)^{-2/3}}{12\ \pi\ (\frac{3}{4\pi})^{2/3}} - \pi \phi \sigma$$

Soit encore :

$$(V_e + Q\,t_f)\,\frac{11}{16}\,\rho_1\,\frac{dU}{dt_f} + U\,\frac{11}{16}\,\rho_1\,Q + 6\pi\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3}(V_e + Q\,t_f)^{1/3}\,\mu U$$

$$= (V_e + Q\,t_f)\,\rho_1\,g - \frac{3\,\mu Q}{2\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3}}(V_e + Q\,t_f)^{-1/3}$$

$$- \frac{Q^2\left(\frac{11}{16}\,\rho_1\right)(V_e + Q\,t_f)^{-2/3}}{12\,\pi\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3}} - \pi\,\phi\,\sigma \qquad 2\text{-}21$$

La poussée d'Archimède est évidemment proportionnelle au volume, tandis que la force de traînée n'est proportionnelle qu'à la racine cubique du volume; la force de traînée est donc très peu influencée par les variations de volume, si bien que celui-ci sera considéré constant, et on pose avec une bonne approximation $r \simeq 1{,}25\ r_e$. Le troisième terme de l'équation devient égal à :

$$6\pi\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3} \cdot (1{,}25)\,V_e^{1/3} \cdot \mu U$$

En divisant les deux membres de l'équation par $\frac{11}{16}\,\rho_1\,(V_e + Q\,t_f)$, il vient :

$$\frac{dU}{dJ} + A\,\frac{U}{J} = B - GJ^{-4/3} - EJ^{-5/3} - CJ^{-1}$$

où :

$$A = 1 + \frac{6\pi\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3}(1{,}25)\,V_e^{1/3}\,\mu}{Q\,\frac{11}{16}\,\rho_1}$$

$$B = \frac{\rho_1\,g}{Q\,\frac{11}{16}\,\rho_1} = \frac{16\,g}{11\,Q}$$

$$C = \frac{\pi\,\phi\,\sigma}{Q\,\frac{11}{16}\,\rho_1} = \frac{16\,\pi\,\phi\,\sigma}{11\,\rho_1\,Q}$$

$$E = \frac{Q}{12\,\pi\,(\frac{3}{4\pi})^{2/3}}$$

$$G = \frac{3\,\mu}{2\,(\frac{3}{4\pi})^{1/3}\,(\frac{11}{16}\,\rho_1)} = \frac{24\,\mu}{11\,(\frac{3}{4\pi})^{1/3}\,\rho_1}$$

et : $J = V_e + Q\,t_f$

La solution de l'équation précédente avec les conditions au temps $t_f = 0$, $U = 0$ et $J = V_e$, est :

$$U = (\frac{1}{J^A}) \left[ \frac{B}{A+1} (J^{A+1} - V_e^{A+1}) - (\frac{C}{A}) (J^A - V_e^A) \right.$$

$$\left. - \frac{G}{A - \frac{1}{3}} (J^{A-1/3} - V_e^{A-1/3}) - \frac{E}{A - \frac{2}{3}} (J^{A-2/3} - V_e^{A-2/3}) \right] \quad 2\text{-}22$$

En remarquant que $U = Q\,\frac{dx}{dJ}$ et en résolvant par rapport à x avec les conditions limites $x = 0$, $J = V_e$ pour $t_f = 0$, $x = r_e$ et $J = V_f$, au moment du détachement complet de la bulle, on obtient la solution :

$$r_e = \frac{B}{2\,Q\,(A+1)} (V_f^2 - V_e^2) - (\frac{C}{AQ}) (V_f - V_e)$$

$$- \frac{3\,G}{2\,Q\,(A-\frac{1}{3})} (V_f^{2/3} - V_e^{2/3}) - \frac{3\,E}{Q\,(A - \frac{2}{3})} (V_f^{1/3} - V_e^{1/3})$$

$$- \frac{1}{Q\,(-A+1)} (V_f^{-A+1} - V_e^{-A+1}) \left[ \frac{B}{A+1} V_e^{A+1} - (\frac{C}{A}) V_e^A - \frac{G}{A-\frac{1}{3}} V_e^{A-1/3} - \frac{E}{A-\frac{2}{3}} V_e^{A-2/3} \right]$$

2-23

Les calculs montrent que les deux derniers termes de l'équation ont une influence négligeable, la solution peut donc être donnée sous la forme simplifiée :

$$r_e = \frac{B}{2\,Q\,(A+1)}\,(V_f^{\,2} - V_e^{\,2}) - \left(\frac{C}{AQ}\right)(V_f - V_e) - \frac{3\,G}{2Q\,(A-1/3)}\,(V_f^{\,2/3} - V_e^{\,2/3}) \qquad 2\text{-}24$$

A partir de cette équation, le volume final $V_f$ peut être calculé par itération. La valeur de $r_e$ est évaluée à partir de l'équation 2-17 définissant la première étape.

2-1-3 - TRAVAUX DE DAVIDSON ET SCHULER

Les auteurs proposent plusieurs modèles concernant la formation de bulles, liés aux conditions opératoires : alimentation à pression ou débit constant, liquides visqueux ou non visqueux.

Nous avons plus particulièrement retenu le modèle relatif à la formation de bulles en milieu liquide visqueux à débits de gaz constants, ces débits étant toutefois faibles.

Un certain nombre d'hypothèses sont admises :

1°) la bulle grossit à partir d'un point se trouvant à l'intérieur de la bulle (figure 2-5) ;

2°) la bulle grossit en conservant une forme sphérique ;

3°) la circulation de liquide est nulle dans la zone de formation de la bulle ;

4°) le mouvement d'une bulle n'est pas affecté par la présence de la bulle qui la précède ;

5°) la quantité de mouvement de gaz entrant dans la bulle est négligeable ;

6°) la bulle se déplace à la vitesse donnée par le loi de STOKES ;

7°) la bulle se détache lorsque sa partie inférieure a atteint le niveau du point source ;

8°) la vitesse limite est atteinte à chaque instant.

Les forces intervenant dans le déplacement de la bulle en cours de formation sont : $F_A$, $F_t$. La force $F_\sigma$ est négligée.

A chaque instant les forces s'équilibrant, on peut donc écrire l'équation :

$$V \, g \, \rho_l = 3 \pi \mu \, U \, . \, D$$

$$\frac{\pi D^3}{6} \, g \, \rho_l = 3 \pi \mu \, U \, D$$

$$U = \frac{g \, \rho_l \, D^2}{18 \, \mu} = \frac{2}{9} \, \frac{r^2 \, g}{\nu}$$

Soit après introduction du débit :

$$U = \frac{2 \, g}{9 \nu} \left(\frac{3}{4} \, \frac{Qt}{\pi}\right)^{2/3} = \frac{ds}{dt} \qquad 2\text{-}25$$

Par intégration entre les limites $s = 0$ au temps $t = 0$ et $s = R$ au temps $t = T$, on obtient :

$$R = \frac{2 \, g}{15 \nu} \left(\frac{3 \, Q}{4 \pi}\right)^{2/3} T^{5/3}$$

Par ailleurs le volume final de la bulle est égal à :

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = QT$$

Ces deux dernières équations combinées nous donnent l'expression du volume final de la bulle V en fonction du débit Q et de la viscosité $\nu$

$$V = \left(\frac{4 \pi}{3}\right)^{1/4} \left(\frac{15 \nu \, Q}{2 \, g}\right)^{3/4} \qquad 2\text{-}26$$

## 2-2 - ETUDE EXPERIMENTALE.-

### 2-2-1 - APPAREILLAGE.-

L'appareillage utilisé est schématisé sur la figure 2-6. Il comprend une cuve à section carrée de 27 cm de côté et de 1 m de hauteur, contenant un liquide très visqueux. Les quatre faces verticales en verre, autorisent une observation sans déformation du phénomène. Afin d'éviter toute altération de la glycérine utilisée (hygroscopicité en particulier), la cuve est étanche : elle comporte à sa partie supérieure un dispositif d'évacuation de gaz. La hauteur de glycérine assure une pression hydrostatique de 95 mm de mercure au niveau de la plaque d'injection.

Les mesures s'effectuant à viscosité constante, il est nécessaire de fixer la température du liquide. Le bain de glycérine est maintenu à température constante par circulation d'un fluide frigorigène dans un serpentin de cuivre disposé près des parois. La circulation de ce fluide est assurée par une pompe commandée à partir d'une mesure de température effectuée au voisinage de la paroi du serpentin. La régulation se faisant par "tout ou rien", l'amplitude des fluctuations de température en un point, repérée sur un enregistreur, est de $\pm$ 0,10°C. Nous avons vérifié que la distribution de température est uniforme dans la masse liquide ; pour les débits importants de gaz, l'écart est au maximum de $\pm$ 0,15°C, pour les faibles débits il peut atteindre $\pm$ 0,20°C. Afin d'éviter l'influence thermique du milieu extérieur, la cuve est calorifugée.

La viscosité de la glycérine est repérée pendant l'expérience dans la cuve elle-même, à l'aide d'un rhéomètre.

L'azote provient d'une bouteille haute pression et subit une double détente pour son utilisation. Le débit convenablement ajusté est mesuré par un rotamètre.

Afin d'obtenir une émission de bulles à pression constante, le gaz est admis dans une chambre d'une capacité de 15 litres environ et pénètre dans le liquide à travers un orifice à paroi mince (figure 2-7). Cet orifice percé dans une pièce rapportée en acier inoxydable est facilement interchangeable ; son diamètre est égal à l'épaisseur de la paroi. La pression obtenue en amont de l'orifice est indiquée par un manomètre à mercure.

Les bulles émises s'élèvent dans l'axe de la colonne. Leur passage à un niveau déterminé est détecté par l'intermédiaire d'un ensemble, faisceau lumineux, cellule photorésistante, amplificateur électronique (figure 2-8),compteur totalisateur. Dix ensembles de ce type ont été répartis verticalement tous les dix centimètres, le premier étant disposé à cinq centimètres de l'orifice.

2-2-2 - TECHNIQUE OPERATOIRE.-

Nous avons adopté une viscosité de la glycérine en fixant la température et nous avons fait varier le débit d'azote. Ce mode opératoire a été répété pour différentes viscosités. Nous avons supposé que dans le domaine de température utilisé de - 15°C à + 5°C, les variations de tension superficielle et de masse volumique étaient négligeables devant celles de la viscosité (figures 2-9(a), 2-9(b) et 2-10). La pression et la viscosité étant fixées, nous avons enregistré le nombre de bulles franchissant les différents niveaux, mettant ainsi en évidence des zones de coalescence. La coalescence des bulles au cours de leur ascension s'effectue d'une façon aléatoire, aussi pour obtenir une bonne reproductibilité de nos mesures est-il nécessaire de prendre des intervalles de temps suffisamment longs : nous avons choisi cinq minutes. L'écart maximum obtenu entre diverses mesures d'une même série n'excéda jamais 2 % sur les valeurs enregistrées au niveau de l'émission. Chaque série comporte au minimum trois essais afin de s'assurer de la stabilité du phénomène.

L'emploi d'une caméra nous apporte des informations complémentaires. Elle nous permet en particulier de suivre l'évolution de chacune des bulles depuis leur formation jusqu'à leur disparition. On peut ainsi par exemple définir à chaque instant leur position et leur vitesse, préciser leurs points de coalescence et observer leur forme (sphère ou sphéroïde). Le phénomène étant relativement lent, on a adopté des cadences de prises de vues de 10 à 40 images par seconde.

2-2-3 - DESCRIPTION DU PHENOMENE DE FORMATION DES BULLES.-

2-2-3-1 - Etude qualitative

L'observation cinématographique image par image permet d'analyser d'une manière précise le phénomène.

Nous avons pu mettre en évidence trois types de formation.

1er type : il correspond aux très faibles débits de gaz ; la bulle se forme à l'orifice et se détache lorsque l'équilibre des forces dues à la poussée d'Archimède et à la tension superficielle est détruit. Les bulles obtenues sont de petite taille, nettement séparées (figure 2-11).

2ème type : la formation des bulles suit le processus représenté par la figure 2-12. Une bulle de forme ellipsoïdale et de grand axe vertical apparaît à l'orifice, tandis qu'un étranglement se forme à la partie inférieure. Cet étranglement s'accentue jusqu'à rupture, libérant ainsi une bulle alors que la formation d'une bulle nouvelle est déjà amorcée. Cette dernière grossit, se détache et subit une vive accélération due au sillage de la précédente ; elle la rattrape et il y a alors coalescence. Cette dernière n'est plus au voisinage de l'orifice puisque la seconde a été vivement soustraite par celle qui la précédait. La bulle suivante ne subit donc pas l'effet de sillage. Dans le processus que nous venons de décrire, la bulle venant en troisième position joue un rôle identique à celui de la première et nous observons un regroupement des bulles deux par deux peu après leur émission. Il faut signaler que le mode de formation de deux bulles successives est nettement différent et l'on peut penser que les volumes de bulles qui en résultent sont inégaux.

3ème type : les bulles se forment à l'extrémité d'un jet gazeux et non plus au niveau de l'orifice (figure 2-13). La coalescence des bulles deux par deux dès leur formation se produit dans des conditions analogues à celles du deuxième type. La transition entre le deuxième et le troisième régime peut être caractérisée par une valeur du nombre de Reynolds Re comprise entre 2500 et 3000.

2-2-3-2 - Hypothèses concernant la formation

Quel que soit le type de formation, nous avons constaté que les bulles ont une forme allongée dans le sens vertical et nous pensons que cette déformation est due en particulier à la vitesse d'admission du gaz au travers de l'orifice dans le milieu liquide. Par exemple pour un diamètre de l'orifice de 0,64 mm et un débit de 5,8 litres par minute, le gaz atteint une vitesse d'admission de 300 mètres par seconde. Ces valeurs illustrées par l'exemple ci-dessus ne sont nullement des conditions extrêmes. Elles nous ont conduit à penser qu'étant donné la vitesse du gaz, le jet gazeux se poursuit bien au-delà de l'orifice d'admission et n'éclate qu'à une certaine distance pour former la bulle. On peut en déduire qu'il existe un point situé au-dessus de l'orifice d'admission représentatif d'une source de gaz alimentant la bulle. Cette hypothèse est notamment valable dans le cas de formation de bulles du deuxième type ; elle se trouve particulièrement confirmée dans le cas de formation du troisième type où le jet gazeux est parfaitement matérialisé et où nous devons dissocier impérativement l'orifice d'émission, d'un point source à partir duquel se forme la bulle.

Nous avons constaté expérimentalement que le débit de gaz n'est nullement influencé par la viscosité de la glycérine, aussi nous pouvons conclure que seul l'orifice d'émission contrôle son admission. Dans ces conditions, nous avons admis que le débit de gaz est constant, et ne peut avoir un régime pulsatoire lié à la fréquence de formation des bulles.

L'émission de bulles se fait donc à débit de gaz constant.

2-2-4 - RESULTATS EXPERIMENTAUX.-

Les résultats expérimentaux (tableau 2-1 ) ont été traduits graphiquement sur les figures 2-14 à 2-17 où nous avons porté les variations de la fréquence des bulles en fonction de la pression en amont de l'orifice. Chaque courbe peut être décomposée en trois parties (figure 2-18) :

- Une partie AB où l'influence de la pression sur la fréquence d'émission est très importante.

- Une partie BC correspondant au deuxième type de formation très instable où une légère fluctuation de pression influence notablement la fréquence, ainsi que le régime de coalescence.

- Une partie CD pour laquelle l'influence de la pression est beaucoup moins sensible : elle correspond au troisième régime de formation de bulles.

Nous avons porté en coordonnées logarithmiques (figure 2-19) et pour quatre viscosités différentes les variations de volume des bulles en fonction du débit d'azote. Les détails de calcul sont consignés dans les tableaux 2-2 à 2-5.

## 2-3 - ETUDE THEORIQUE.-

L'équation générale de l'équilibre de toutes les forces agissantes lors de la formation d'une bulle s'écrit :

$$U_o \frac{dm}{dt} + gV(\rho_L - \rho_G) + \frac{\pi \phi^2}{4}(P_i - P_o) - \pi \phi \sigma \cos \theta - \frac{C_D \rho_L U^2 A}{2} - m' \frac{dU}{dt} = \frac{d(mU)}{dt} \qquad 2\text{-}27$$

Pour nos conditions opératoires nous pouvons examiner l'importance de chacun des termes afin de procéder à des simplifications.

Nous avons vu que les termes $\frac{d(mU)}{dt}$ et $U_o \frac{dm}{dt}$ regroupés, donnent :

$$\frac{d(mU)}{dt} - U_o \frac{dm}{dt} = - \frac{4 Q^2 \rho_G}{\pi \phi^2} \left[ 1 - \frac{1}{12} \left( \frac{\phi}{D} \right)^2 \right]$$

Dans les conditions extrêmes de débits élevés et d'un diamètre d'orifice important, ces deux termes regroupés représentent au maximum $3.10^3$ dynes. Ils ont toujours une valeur négligeable devant les termes représentatifs de la poussée d'Archimède et de la force de traînée.

Le terme $m' \frac{dU}{dt}$ relatif à l'action opposée par le liquide déplacé est très faible. La masse de liquide déplacé est donnée par l'expression :

$$m' = \chi \cdot \rho_L \cdot V$$

où : V est le volume de la bulle

$\rho_L$ la masse volumique du liquide déplacé

$\chi$ un facteur caractéristique de l'écoulement inférieur à l'unité.

Les bulles obtenues lors de la formation ont un volume maximum de 23 $cm^3$, aussi la masse m' est inférieure à 30 grammes.

L'accélération $\frac{dU}{dt}$ peut être obtenue en imaginant le grossissement d'une bulle sphérique : cette approximation permet de fixer aisément l'ordre de grandeur ; sa valeur est inférieure à 4 $cm/s^2$.

On en déduit donc que le terme $m' \frac{dU}{dt}$ est inférieur à 120 dynes.

Le terme relatif à l'action de la tension superficielle $\pi \phi \sigma \cos \theta$ est inférieur à 10 dynes ; il a une influence très faible.

La surestimation de l'action de la poussée d'Archimède au niveau de l'orifice $\frac{\pi Q^2}{4} (P_i - P_o)$ est de l'ordre de 20 dynes au maximum.

Les termes représentatifs de la poussée d'Archimède et de la force de traînée peuvent varier de $10^3$ à $5.10^4$ dynes, ils ont seuls une action prépondérante.

Nous avons donc obtenu l'équation simplifiée de l'équilibre des forces :

$$g V (\rho_L - \rho_G) = \frac{C_D \rho_L U^2 A}{2} \qquad 2\text{-}28$$

Cette équation caractérisant la formation d'une bulle est en bon accord avec nos observations qui nous ont permis d'imaginer un point source situé au-dessus de l'orifice d'émission, alimentant la bulle. Celle-ci grossit autour de ce point fictif et est soumise en particulier à la poussée d'Archimède qui la sollicite vers le haut et aux forces d'inertie du liquide déplacé. Lorsque la partie inférieure de la bulle arrive au niveau du point source, la bulle cesse d'être alimentée et a son volume définitif (figure 2-5).

Les valeurs extrèmement faibles du nombre de Reynolds relatif à l'écoulement de la bulle lors de sa formation nous permettent de retenir la relation bien connue :

$$C_D = \frac{24}{Re}$$

qui caractérise l'écoulement laminaire d'une sphère dans un liquide.

L'équation simplifiée de l'équilibre des forces devient alors :

$$g \cdot V (\rho_L - \rho_G) = 3 \pi \mu U D$$

En négligeant $\rho_G$ devant $\rho_L$ on obtient :

$$g.V \rho_L = 3 \pi \mu U D \qquad 2\text{-}29$$

La forme particulièrement allongée nous permet d'assimiler le volume de la bulle à celui d'un ellipsoïde de révolution, d'où l'expression du volume, 2b étant le grand axe vertical, 2a les petits axes horizontaux,

$$V = \frac{4}{3} \pi a^2 b$$

et l'équation précédente des forces devient :

$$\frac{4}{3} \pi a^2 b g \rho_L = 6 \pi \mu U a$$

avec : $D = 2a$

Si on admet que le rapport des dimensions linéaires reste inchangé au cours du grossissement de la bulle, on a :

$$b = K a$$

ce qui donne l'équation :

$$U = \frac{2}{9} \frac{K a^2 g \rho_L}{\mu} = \frac{2}{9} \frac{K a^2 g}{\nu}$$

Nous avons par ailleurs :

$$V = Qt = \frac{4}{3}\,\pi\, a^2\, b = \frac{4}{3}\,\pi\, K\, a^3$$

où le temps t = 0 correspond au temps origine de la bulle. On en tire :

$$a^2 = \left(\frac{3}{4}\,\frac{Q\,t}{K\pi}\right)^{2/3}$$

et :
$$U = \frac{ds}{dt} = \frac{2}{9}\,\frac{Kg}{\nu}\left(\frac{3}{4}\,\frac{Q\,t}{K\pi}\right)^{2/3}$$

En intégrant entre le temps origine et le temps T de fin de formation de la bulle, on a :

$$B = K\,A = \frac{2}{15}\,\frac{Kg}{\nu}\left(\frac{3\,Q}{4\,K\pi}\right)^{2/3} T^{5/3}$$

A et B sont les demi-axes de l'ellipsoïde représentatif de la bulle finale, d'où :

$$A = \frac{2}{15}\,\frac{g}{\nu}\left(\frac{3\,Q}{4\,K\,\pi}\right)^{2/3} T^{5/3}$$

Or, le volume final est égal à :

$$V = \frac{4}{3}\,\pi\, A^2\, B = \frac{4}{3}\,K\,\pi A^3 = Q\,T$$

d'où :

$$A = \left(\frac{3\,Q\,T}{4\,K\pi}\right)^{1/3}$$

De l'ensemble de ces équations, on tire :

$$V = \left(\frac{4\,K\pi}{3}\right)^{1/4}\left(\frac{15\,\nu\,Q}{2\,g}\right)^{3/4} \qquad 2\text{-}30$$

Le volume des bulles formées est proportionnel au débit de gaz à la puissance 3/4, ainsi qu'à la viscosité dynamique à la même puissance 3/4.

## 2-4 - ETUDE COMPARATIVE.-

### 2-4-1 - COMPARAISON AVEC LES TRAVAUX DE HAYES, HARDY et HOLLAND.-

Quelques vérifications ont été faites et ont conduit aux résultats présentés dans le tableau suivant :

| Q ($cm^3/s$) | $\mu$ (Po) | $\emptyset$ (mm) | V ($cm^3$) calcllé | V ($cm^3$) exp. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 18 | 0,09 | 0,0175 | 0,26 |
| 100 | 18 | 0,64 | 3,99 | 8,60 |
| 1 | 74 | 0,09 | 0,0232 | 0,80 |
| 100 | 74 | 0,64 | 4,345 | 26,0 |

On note une divergence très marquée entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées à l'aide de ce modèle.

### 2-4-2 - COMPARAISON AVEC LES TRAVAUX DE RAMAKRISHNAN, KUMAR ET KULOOR.-

La concordance entre nos résultats expérimentaux et les valeurs calculées à partir du modèle de RAMAKRISHNAN et de ses collaborateurs n'est pas très bonne. Toutefois l'écart est moins important que lors de la comparaison précédente comme il apparaît dans le tableau suivant :

| Q ($cm^3/s$) | $\mu$ (Po) | $\emptyset$ (mm) | $V_e$ ($cm^3$) | $r_e$ (cm) | $V_f$ ($cm^3$) | V exp. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 18 | 0,09 | 0,0125 | 0,144 | 0,226 | 0,26 |
| 100 | 18 | 0,64 | 0,821 | 0,581 | 9,64 | 8,60 |
| 1 | 74 | 0,09 | 0,0125 | 0,144 | 0,579 | 0,80 |
| 100 | 74 | 0,64 | 0,821 | 0,581 | 20,6 | 26 |

2-4-3 - COMPARAISON AVEC LE MODELE DE DAVIDSON ET SCHULER.-

La figure 2-19 présente nos résultats expérimentaux ainsi que les courbes obtenues à partir du modèle proposé par DAVIDSON et SCHULER, relatif à la formation de bulles dans le cas de débits faibles et constants.

L'accord entre le modèle théorique et nos résultats expérimentaux est très bon. Il apparaît donc que la constante K intervenant dans notre propre modèle qui suppose des bulles en forme d'ellipsoïde de révolution se réduit à l'unité. et nous ramène au modèle de DAVIDSON et SCHULER.

DAVIDSON et SCHULER ont vérifié la concordance entre leur modèle et leurs résultats expérimentaux obtenus pour un domaine de viscosité allant de 5,15 à 10,4 poises et de débit compris entre 0 et 2,5 $cm^3/s$. Dans notre cas, la concordance est toujours valable pour une viscosité allant de 18 à 74 poises et pour des débits compris entre 0 et 100 $cm^3/s$.

Nous constatons que le volume des bulles varie comme le débit de gaz à la puissance 3/4. De même la représentation à débit constant montre que le volume de bulles varie comme la viscosité cinématique à la puissance 3/4 (figure 2-20)

2-5 - RECHERCHE D'UN MODELE MATHEMATIQUE DE L'EMISSION.-

2-5-1 - INFLUENCE DE QUELQUES PARAMETRES.-

Influence du diamètre $\phi$ de l'orifice d'émission

Nous relevons en particulier que si le volume V de la bulle est proportionnel à $Q^{3/4}$ et $\nu^{3/4}$, il est par ailleurs indépendant de la dimension du diamètre d'émission $\phi$ comme le montrent d'une part le modèle de DAVIDSON et SCHULER, et d'autre part nos résultats expérimentaux.

Relation volume de bulle-perte de charge

Nous pouvons par ailleurs écrire que la relation liant la perte de charge subie par le gaz à travers l'orifice d'émission au débit est :

$$\Delta P = C_{\phi} \cdot Q^2$$

soit : $$Q = \left(\frac{\Delta P}{C_\phi}\right)^{1/2}$$

où $C_\phi$ est la constante de l'orifice.

Dans ces conditions, nous avons une relation entre le volume de la bulle et la perte de charge subie par le gaz :

$$V = K_1 \cdot \nu^{3/4} \cdot Q^{3/4}$$

$$V = \frac{K_1}{C_\phi^{3/8}} \nu^{3/4} (\Delta P)^{3/8} \qquad 2\text{-}31$$

Nous avons porté en coordonnées logarithmiques les valeurs expérimentales des volumes de bulle en fonction de la perte de charge subie par le gaz à l'orifice d'émission.

Les courbes représentatives peuvent être assimilées à des droites de pente 3/8 comme l'indiquent les figures 2-21 à 2-24. La concordance est très bonne pour les faibles diamètres de l'orifice ; les divergences pour les orifices importants semblent dues en particulier à la formation de satellites qui apparaissent d'autant plus nombreux que le débit est grand et que le diamètre de l'orifice est important.

Relation : fréquence d'émission - débit de gaz

Le volume de la bulle peut s'exprimer sous la forme :

$$V = \frac{Q}{N}$$

Notre modèle étant représenté par l'équation :

$$V = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/4} \left(\frac{15\,\nu\,Q}{2\,g}\right)^{3/4}$$

il vient donc :

$$N = \frac{Q^{1/4}}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/4} \left(\frac{15\,\nu}{2\,g}\right)^{3/4}}$$

Soit :

$$N = \frac{Q^{1/4}}{3{,}687 \cdot 10^{-2} \nu^{3/4}} \qquad 2\text{-}32$$

Le tracé de la courbe représentative de N en fonction de Q en coordonnées logarithmiques est donc, pour une viscosité donnée, une droite de pente 1/4 (figures 2-25 à 2-28).

Relation : fréquence - perte de charge

Des relations :

$$N = K_2 \frac{Q^{1/4}}{\nu^{3/4}}$$

$$Q = \left[\frac{\Delta P}{K_\phi}\right]^{1/2}$$

on en déduit,

$$N = K_3(\phi) \cdot \Delta P^{1/8} \cdot \nu^{-3/4} \qquad 2\text{-}33$$

d'où la représentation des figures 2-29 à 2-32.

2-5-2 - MODELE MATHEMATIQUE.-

Nous nous sommes attaché à établir un modèle mathématique traduisant une relation entre la fréquence des bulles à l'émission en fonction de certaines variables physiques directement mesurables : perte de charge $\Delta P$ subie par le gaz, viscosité du liquide $\mu$. Par ailleurs, comme la fréquence d'émission est liée au diamètre de l'orifice, nous pouvons représenter la fréquence d'émission par :

$$N = K_4 (\Delta P)^{\alpha} \cdot \mu^{\beta} \cdot \phi^{\gamma}$$

où $K_4$, $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ sont des constantes.

Nous savons que $\alpha = 1/8$, $\beta = -3/4$, tandis que $K_4$ et $\gamma$ inconnues, sont déterminées par la méthode des moindres carrés. Pour cela, on disposait de 775 résultats comportant quatre grandeurs physiques .N, $\Delta P$, $\mu$ et $\phi$.
Le calcul a été programmé puis effectué sur ordinateur et a conduit aux résultats suivants :

$$K_4 = 6,138 \cdot 10^3$$

$$\gamma = 0,3826$$

pour
- N en $mn^{-1}$
- $\Delta P$ en mm Hg
- $\mu$ en poises
- $\phi$ en cm

Les valeurs de N calculées à l'aide de l'équation

$$N = 6,138 \cdot 10^3 \, (\Delta P)^{1/8} \cdot \mu^{-3/4} \cdot \phi^{0,3826} \qquad 2\text{-}34$$

ont été comparées aux valeurs expérimentales et l'on a constaté que l'écart quadratique moyen était de 27.

o

o o

# - CHAPITRE 3 -

## ETUDE DE L'ASCENSION DES BULLES DANS LES LIQUIDES VISQUEUX

— o —

Dans tous les problèmes d'échange de chaleur ou de matière entre un gaz et un liquide, il est important de connaître la surface d'échange entre les deux phases fluides mais aussi leur temps de contact.

Nous nous sommes donc préoccupé particulièrement des conditions d'écoulement des bulles gazeuses émises à travers un orifice, à partir d'une chambre maintenue à pression constante dans un milieu liquide visqueux.

Nous avons photographié, à l'aide d'une caméra, l'évolution de ces bulles pour définir en particulier leur diamètre et leur position dans le temps.

Cette étude a été conduite en essayant de maintenir constants un certain nombre de paramètres : tension superficielle, masse volumique, etc...., tandis que nous en avons fait varier certains autres, tels que viscosité du liquide, pression d'alimentation, diamètre de l'orifice d'émission.

## 3-1 - TECHNIQUE EXPERIMENTALE.-

L'étude a été conduite dans la cuve à section carrée précédemment décrite. Pour un diamètre d'orifice donné, de 9/100 de mm et de 64/100 de mm, nous avons manipulé en fixant la viscosité à une valeur choisie maintenue constante à $\pm$ 0,5 % près, le domaine de variation allant de 18 à 74 poises. La pression dans la chambre d'alimentation a été fixée successivement à diverses valeurs, et nous avons attendu que le régime d'ascension des bulles soit établi avant d'effectuer nos mesures.

Nous avons utilisé une caméra Eclair au format de 16 mm, munie d'un objectif de distance focale 75 mm. Dans ces conditions, l'angle de champ est relativement faible, 7° environ, ce qui permet d'admettre que l'échelle des dimensions dans le plan objet, où évoluent les bulles, est sensiblement la même que celle de la face avant ou celle de la face arrière de la cuve ; ayant disposé des repères horizontaux sur ces faces, il a été aisé de déterminer la position des bulles, avec une erreur inférieure à 1 %.

Une base de temps était nécessaire pour l'exploitation des résultats et pour ce faire nous avons réalisé un chronomètre mécanique mû par un moteur synchrone permettant d'apprécier le 1/100 de seconde. Cet appareil, placé dans le champ de la caméra, nous a permis ainsi de fixer dans le temps, la position des bulles (tableau 3-1).

La vitesse d'ascension étant relativement faible, nous avons choisi une cadence de prise de vues de 25 à 50 images par seconde.

Le dépouillement des résultats a été effectué en projetant image par image, sur un écran translucide, les films des séquences observées.

Les diamètres frontaux ont été déterminés d'une part à partir du débit d'alimentation en gaz et de la fréquence d'émission pour les bulles sphériques, avec vérification par une mesure directe , et d'autre part, par mesure directe seulement pour les sphéroïdes aplatis.

Nous avons traduit, sur des diagremmes correspondant chacun à des conditions opératoires déterminées, la position des bulles en fonction du temps. Les positions de bulles sont exprimées en prenant le plan horizontal de l'orifice pour origine, d'une part et la partie supérieure de la bulle, d'autre part. Nous nous sommes préoccupé, en particulier, de l'évolution des bulles en régime permanent, c'est-à-dire de leur ascension à vitesse constante, ce qui n'a lieu que si les bulles sont suffisamment espacées pour qu'elles ne soient pas influencées par celles qui les précèdent ou celles qui les suivent. Les bulles évoluent alors sans déformation et leur diamètre frontal peut être considéré comme constant, les variations de pression hydrostatique les affectant peu.

A partir des diagrammes d'ascension des bulles, nous avons pu obtenir leur vitesse limite.

Quelles que soient les conditions expérimentales, ces diagrammes ont tous la même allure, si bien que nous n'en présenterons qu'un seul sur les soixante quatre établis (figure 3-1).

3-2 - FORME ET VOLUME DES BULLES.-

Lorsque le volume des bulles est faible (inférieur à 10 $cm^3$), nous constatons que leur forme est sphérique ; lorsqu'il est plus important, un aplatissement apparaît à la partie inférieure. Cet aplatissement s'accentue avec une augmentation de volume puis se transforme en une concavité de plus en plus marquée : il apparaît à la partie inférieure de la bulle un cylindre court et dentelé qui, dans le cas de très gros volumes, peut se déchirer et donner lieu à la formation de satellites.

Cette déformation résulte de l'ensemble des forces agissant sur la bulle : force de viscosité, force de tension superficielle et force d'inertie dont les résultantes aux divers points de la bulle peuvent ne pas être égales entre elles.

Des travaux antérieurs[14] ont permis d'établir que les bulles d'air, d'un volume inférieur à 10 $cm^3$, conservaient une forme sphérique lors de leur ascension dans un bain de glycérine d'une viscosité de 20 poises environ. Des vérifications de validité de cette loi ont été faites dans notre domaine de viscosité.

Dans ces conditions, nous avons :

$$V = \frac{\pi}{6} D^3$$

ou encore :

$$D = \left(\frac{6}{\pi}\right)^{1/3} V^{1/3} \qquad 3\text{-}1$$

avec :

$$D = d_e = d_f$$

Avec des volumes de bulles supérieurs à 10 $cm^3$, pour lesquels la forme obtenue est celle d'un sphéroïde aplati, le volume peut s'exprimer sous la forme :

$$V = \frac{\pi}{6} d_f^2 \cdot h$$

où :

$d_f$ et h sont les axes de l'ellipsoïde de révolution. On en tire :

$$d_f = \left(\frac{6}{\pi h}\right)^{1/2} \cdot V^{1/2} \qquad 3\text{-}2$$

Connaissant le débit de gaz utilisé et la fréquence, il a été facile de déterminer le volume moyen des bulles au niveau de l'émission et le volume de celles résultant de la coalescence d'un nombre connu de bulles primaires. Dans chaque cas, il a été possible de déduire le diamètre équivalent (égal au diamètre frontal).

Nous avons pu également mesurer directement le diamètre frontal des bulles projetées au grandissement 1. C'est avec une incertitude de l'ordre de 1 mm que nous avons relevé ces mesures qui sont en accord avec les précédentes. L'erreur relative sur le diamètre frontal est donc assez importante par cette dernière méthode, pour des bulles de faible diamètre. Nous avons donc préféré retenir les résultats obtenus par le calcul.

Pour les bulles d'un volume supérieur à 10 $cm^3$ (diamètre équivalent : 2,67 cm) qui présentent un aplatissement à la partie inférieure, il n'est plus possible d'obtenir leur diamètre frontal par le calcul et la mesure directe de l'image projetée seule permet d'atteindre cette grandeur. L'incertitude de la mesure effectuée au grandissement 1, due en particulier à la finesse du grain du film cinématographique est toujours de l'ordre de 1 mm.

Dans le cas limite de bulles de 10 $cm^3$, l'erreur commise est donc de l'ordre de 4 % et va en diminuant au fur et à mesure que le volume croît.

Les résultats expérimentaux mettent en évidence cette relation liant $d_f$ à V et la courbe expérimentale satisfait à la relation

$$d_f = 0{,}80 \cdot V^{1/2} \qquad 3\text{-}3$$

Nous avons procédé à des vérifications entre nos résultats expérimentaux et les deux lois énoncées ci-dessus. Il est apparu une parfaite concordance, bien que les viscosités soient très différentes[14] (figure 3-2).

3-3 - VITESSE D'ASCENSION.-

Nous avons traduit sur les figures 3-3 à 3-6 la vitesse d'ascension des bulles, en fonction de leur diamètre frontal (tableaux 3-2 à 3-5). L'allure générale de ces courbes en coordonnées logarithmiques est une droite. Il apparaît une certaine dispersion des résultats par rapport à certains travaux antérieurs relatifs à une bulle isolée[14]. Comme nous avons pu le constater, des bulles de même diamètre peuvent être soumises à des vitesses d'ascension nettement différentes, selon qu'elles sont influencées ou non par les bulles voisines d'une part, et les conditions opératoires d'autre part.

Considérons les deux cas extrêmes correspondant à un faible, puis à un fort débit d'alimentation en azote. Dans le premier cas, nous obtenons des bulles de faible volume qui, à une certaine hauteur, coalescent pour donner des bulles plus volumineuses. Dans le deuxième cas, les bulles obtenues à l'émission sont d'un volume plus important ; elles coalescent également lors de leur ascension pour donner des bulles d'un volume important.

Dans les deux cas, le chapelet de bulles imprime à la colonne de liquide, située dans l'axe de la cuve, un mouvement ascendant ; la vitesse des bulles est liée à la vitesse de circulation du liquide qui les entoure.

Dans le premier cas envisagé, la vitesse d'ascension du liquide est plus faible que dans le second ; les bulles d'un diamètre donné, obtenues par coalescence, pour un débit d'alimentation faible, auront donc une vitesse inférieure aux bulles de même diamètre frontal, obtenues dès l'émission, à débit élevé .

La vitesse d'ascension des bulles est donc liée à la vitesse de circulation du liquide. C'est ainsi que pour les faibles débits de gaz on peut noter une grande variation de la vitesse d'ascension pour une faible variation du diamètre de bulles $d_f$. Nous pensons que dans ces conditions de faible débit l'effet d'entraînement du liquide par le chapelet de bulles est faible, alors que l'effet de rétention par les parois de la cuve est prépondérant. Pour les débits de gaz importants, c'est le processus inverse qui se produit et la représentation de la vitesse d'ascension U en fonction du diamètre est en coordonnées logarithmiques une droite de pente 1,14. Les

travaux de CRABTREE mettent en évidence l'influence du débit liquide ascendant et du débit de gaz sur la vitesse d'ascension d'une bulle donnée dans une colonne à section circulaire. Ils conduisent à l'équation :

$$\frac{Q_L}{Q} = \frac{0,040\ g\ R^2}{\nu \cdot U} \qquad 3\text{-}4$$

avec en particulier :

$Q_L$ : débit ascendant de liquide
R : rayon de la cuve

A partir des droites expérimentales ainsi obtenues, nous pouvons déduire l'influence de la viscosité. La figure 3-7 exprime la vitesse d'ascension des bulles, en fonction de la viscosité pour quelques diamètres de bulles. L'expression analytique de la vitesse d'ascension peut se traduire à partir des résultats expérimentaux par l'expression :

$$U = 35,75 \cdot \mu^{-0.5} \cdot d_f^{1,14} \qquad 3\text{-}5$$

avec :

U : cm/s
$\mu$ : poises
$d_f$ : cm

où l'on note l'influence de la viscosité. L'influence de la circulation de liquide n'est pas mise en évidence. Nous devons signaler que le débit de gaz varie entre $3.10^{-1}$ $cm^3/s$ et $10^2$ $cm^3/s$.

Ces résultats sont en assez bon accord avec les travaux relatifs à l'étude de la bulle isolée[14] qui ont conduit à la représentation suivante :

$$U = 0,9\ V^{0,38} \qquad 3\text{-}6$$

où :

U : cm/s
V : $cm^3$

Nos résultats font apparaître, par rapport à l'équation ci-dessus l'influence de la viscosité; une augmentation de ce dernier paramètre tend à diminuer la vitesse d'ascension des bulles d'un diamètre donné.

Les vitesses d'ascension de bulles étant liées aux constantes physiques du système étudié, nous avons envisagé d'analyser nos résultats en faisant intervenir le nombre de Reynolds Re, le coefficient de traînée $C_D$ et le nombre de Morton M :

$$Re = \frac{d_f \cdot U \cdot \rho}{\mu}$$

$$C_D = \frac{2 \cdot V}{S \cdot U^2} g$$

$$M = \frac{g \cdot \mu^4}{\rho \cdot \sigma^3}$$

Nous avons représenté en coordonnées logarithmiques les valeurs du coefficient de traînée $C_D$, en fonction du nombre de Reynolds, pour diverses valeurs de la viscosité (figures 3-8 à 3-11, tableaux 3-6 à 3-9). On obtient deux droites de pentes différentes. La première partie du tracé correspond à des bulles de forme sphérique, tandis que la deuxième partie est relative au sphéroïde aplati. Le point d'intersection correspond à un volume sensiblement égal à 10 $cm^3$.

L'équation liant le coefficient de traînée $C_D$ au nombre de Reynolds est donc, de la forme :

$$C_D = K\ Re^m$$

3-3-1 - BULLES SPHERIQUES.-

L'écoulement autour d'une sphère solide dans la gamme des nombres de Reynolds de $3.10^{-1}$ à $10^3$ est caractérisé par l'équation établie expérimentalement[17]

$$C_D = \frac{18,5}{Re^{0,6}} \qquad 3\text{-}7$$

Lorsqu'une sphère déformable (liquide ou gaz) évolue dans un liquide, les forces de viscosité de ce dernier agissent sur la surface de séparation et provoquent des mouvements de fluide à l'intérieur de la sphère ; ces mouvements sont liés à sa viscosité et influencent les conditions d'écoulement autour de la bulle ou de la goutte.

HADAMART et RYBEZYNSKI ont étudié ce phénomène et proposé un terme correctif ou coefficient de traînée, pour des nombres de Reynolds inférieurs à 1. Ce coefficient est égal à :

$$\frac{2\,\mu + 3\,\mu'}{3\,\mu + 3\,\mu'}$$

$\mu$ : viscosité du fluide entourant la sphère

$\mu'$ : viscosité du fluide constituant la sphère

Dans ces conditions, nous avons essayé d'identifier nos résultats à l'équation suivante :

$$C_D = \frac{18,5}{Re^{0,6}} \left(\frac{2\,\mu + 3\,\mu'}{3\,\mu + 3\,\mu'}\right)$$

Dans le cas d'un écoulement de bulles sphériques d'azote dans de la glycérine, nous pouvons négliger la viscosité de l'azote devant celle de la glycérine et écrire :

$$C_D = \frac{2}{3} \cdot \frac{18,5}{Re^{0,6}} = \frac{12,33}{Re^{0,6}} \qquad 3\text{-}8$$

La courbe expérimentale et celle correspondant à l'équation 3-8 (courbe en pointillés des figures 3-8 et 3-11) indiquent une bonne concordance.

On peut noter une légère influence de la viscosité du liquide et, l'expression mathématique liant le coefficient de traînée $C_D$ au nombre de Reynolds Re, dans le cas des bulles sphériques, peut se mettre sous la forme :

$$C_D = 11,15 \cdot \mu^{1/15} \cdot Re^{-0,6} \qquad 3\text{-}9$$

$\mu$ étant exprimé en poises.

3-3-2 - SPHEROIDES APLATIS.-

Les résultats expérimentaux ont permis de traduire la variation du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds. En coordonnées logarithmiques, cette représentation est une droite.

Dans le tableau suivant sont consignées quelques valeurs numériques ayant servi à définir l'équation générale liant le coefficient de traînée au nombre de Reynolds.

| $\mu$ poises | 74 | 44 | 26 | 18 | |
|---|---|---|---|---|---|
| Pente de la droite | - 1,058 | - 1,070 | - 1,082 | - 1,070 | Pente moyenne - 1,070 |
| $C_D$ pour Re = 1 | 12,2 | 17,0 | 23,1 | 29,5 | |

L'expression reliant le coefficient de traînée $C_D$ au nombre de Reynolds est alors :

$$C_D = 180 \cdot \mu^{-0,625} \, Re^{-1,070} \qquad 3\text{-}10$$

($\mu$ étant en poises)

3-3-3 - RELATION ENTRE $C_D^*$ et $Re^*$.-

Certains travaux[14] relatifs à l'écoulement de bulles dans les liquides font intervenir le diamètre équivalent $d_e$ à la place du diamètre frontal $d_f$. Il est possible alors de calculer de nouvelles valeurs du coefficient de traînée et du nombre de Reynolds que nous désignerons par $C_D^*$ et $Re^*$ (tableaux 3-6 à 3-9).

La représentation graphique (figure 3-12) en coordonnées logarithmiques du coefficient de traînée $C_D^*$ en fonction du nombre de Reynolds $Re^*$ a une allure comparable à celle que l'on obtenait en portant $C_D$ en fonction de Re.

Dans les deux modes de représentation, la première partie de la courbe est commune puisque le diamètre frontal et le diamètre équivalent sont confondus. Pour la deuxième partie, on note également un changement de pente, contrairemant à certaines affirmations[14]. Cet état de chose paraît logique car si presque toutes les grandeurs intervenant dans $C_D^*$ et $Re^*$ sont relatives à la forme sphérique, la vitesse U reste inchangée, sa valeur étant liée à l'état de déformation de la bulle.

3-3-4 - RELATION ENTRE VITESSE LIMITE D'ASCENSION DES BULLES ET VISCOSITE DU MILIEU LIQUIDE.-

L'égalité entre la poussée d'Archimède et la force de traînée nous conduit à la relation :

$$V \cdot g = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot S \cdot U^2$$

En prenant l'expression générale de $C_D$ sous la forme

$$C_D = a\, \mu^n\, Re^m$$

on peut écrire :

$$V \cdot g = \frac{a}{2}\, \mu^n\, Re^m\, S\, U^2$$

soit encore :

$$V \cdot g = \frac{a}{2}\, \mu^n \cdot \frac{d_f^{\,m}\, U^m\, \rho^m}{\mu^m} \cdot \frac{\pi\, d_f^{\,2}}{4}\, U^2$$

$$V \cdot g = \frac{\pi a}{8}\, \rho^m\, d_f^{\,m+2}\, U^{m+2}\, \mu^{n-m}$$

Pour un liquide déterminé et pour un volume de bulle fixé,

$$U^{m+2} = A\, \mu^{m-n}$$

Si l'on considère deux bulles de même volume s'écoulant l'une dans un liquide de viscosité $\mu_1$ et l'autre dans un liquide de viscosité $\mu_2$, on peut écrire :

$$\left(\frac{U_1}{U_2}\right)^{m+2} = \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^{m-n}$$

D'où l'on tire :

$$(m + 2) \text{ Log } \frac{U_1}{U_2} = (m - n) \text{ Log } \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

Cette relation appliquée dans nos deux cas particuliers nous donne :

1°) Dans le cas de bulles sphériques

$$m = - 0,600$$

$$n = \quad 0,067$$

et :

$$\text{Log } \frac{U_1}{U_2} = - 0,4765 \text{ Log } \frac{\mu_1}{\mu_2} \qquad 3\text{-}11$$

2°) Dans le cas de bulles ellipsoïdes aplaties

$$m = - 1,070$$

$$n = - 0,625$$

et :

$$\text{Log } \frac{U_1}{U_2} = - 0,4785 \text{ Log } \frac{\mu_1}{\mu_2} \qquad 3\text{-}12$$

Les figures 3-13 et 3-14 représentent les courbes théoriques et les valeurs expérimentales. La figure 3-15 fait apparaître la bonne concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux consignés dans les tableaux 3-10 et 3-11.

3-3-5 - RELATION ENTRE LA VITESSE LIMITE D'ASCENSION ET LE NOMBRE DE MORTON.-

L'étude comparative des écoulements gazeux dans divers liquides conduit à l'utilisation du nombre de Morton M, caractéristique d'un liquide donné.

Le tableau ci-dessous présente la valeur de M correspondant à nos conditions expérimentales.

| $\mu$ poises | 74 | 44 | 26 | 18 |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma$ dynes/cm | 50,9 | 49,8 | 48,8 | 48,0 |
| $\rho$ g/cm$^3$ | 1,282 | 1,277 | 1,272 | 1,269 |
| M | $1,74.10^5$ | $2,33.10^4$ | $3,03.10^3$ | $7,34.10^2$ |

Nous avons porté, pour quelques diamètres frontaux $d_f$, la vitesse U en fonction du nombre de Morton M (figure 3-16) en coordonnées logarithmiques, les courbes représentatives sont des droites et l'exploitation de ces résultats conduit à l'expression

$$U = 19,45 \frac{d_f^{1,158}}{M^{0,128}} \qquad 3\text{-}13$$

U étant exprimé en cm/s et $d_f$ en cm.

3-3-6 - COMPARAISON AVEC LES TRAVAUX DE CRABTREE.-

Nous avons essayé d'établir une comparaison entre les récents travaux de CRABTREE[26] relatifs à l'ascension d'une chaîne de bulles en milieu visqueux et nos résultats. Bien qu'apparemment le sujet de recherche soit le même, de nombreuses conditions opératoires en diffèrent.

Il faut noter d'une part que l'auteur de ces travaux utilise une colonne à section circulaire d'un diamètre faible (5 cm à 14,5 cm) alors que dans notre cas elle est de section carrée (côté de 27 cm) ; d'autre part le rapport diamètre-hauteur de colonne est faible, ce qui permet de négliger les effets d'extrémité, approximation qui n'est pas parfaitement réalisée dans notre cas. Nous devons également remarquer que les travaux de CRABTREE concernent l'ascension de bulles de faible diamètre séparées par des intervalles importants et de ce fait sans coalescence ; dans notre travail il en est tout autrement, l'intervalle entre bulles est plus réduit, entraînant même leur coalescence.

CRABTREE exprime la vitesse d'ascension U d'une bulle sous la forme d'une somme :

$$U = U_T + U_{ex}$$

où $U_T$ est la vitesse résultant de l'action de la poussée d'Archimède sur une bulle unique dans un milieu infini et $U_{ex}$ un terme vitesse dont le signe et la grandeur dépendent des effets de parois, de la distance entre bulles et de la circulation de liquide. Ce terme $U_{ex}$ peut être positif par exemple si les parois sont très éloignées de l'axe vertical où se fait l'ascension de la chaîne de bulles ; il devient négatif dans le cas contraire.

On peut exprimer le rapport $U/U_T$ sous la forme[26] :

$$\frac{U}{U_T} = 1{,}24 \quad \frac{Q^{1/3}\, N^{2/3}}{k} \qquad 3\text{-}14$$

$$\text{avec } k = \frac{Q\, \rho_L\, g}{2\, \pi\, U\mu} \qquad 3\text{-}15$$

Par ailleurs les travaux de SONSHINE et BRENNER[27] ont permis d'établir l'équation :

$$\frac{U}{U_T} = 1 - \omega\left(\frac{h'}{R}\right) \frac{D}{3R} \qquad 3\text{-}16$$

relative à l'ascension d'une chaîne de bulles, où $2h'$ représente la distance entre bulles et R le rayon de la colonne.

$\omega$ est une fonction du rapport $\frac{h'}{R}$ dont les valeurs sont indiquées au tableau 3-14.

Nous avons comparé nos résultats expérimentaux à ceux de CRABTREE et de BRENNER. Pour ce faire, nous avons dû définir un rayon hydraulique de colonne à section carrée : R = 6,75 cm.

Les résultats obtenus par la méthode de CRABTREE d'une part et de BRENNER d'autre part figurent au tableau 3-12. Il apparaît que nos résultats sont en bon accord avec les travaux de CRABTREE, alors que la méthode de BRENNER semble ne pas pouvoir s'appliquer en raison de nos conditions expérimentales particulières.

Le rapport $\frac{U}{U_T}$ a été exprimé à partir de résultats expérimentaux en fonction de $\frac{h'}{R}$ ; on constate une diminution de $\frac{U}{U_T}$ lorsque $\frac{h'}{R}$ croît : nos résultats sont en bon accord avec les travaux de CRABTREE (figure 3-17).

Par ailleurs nous avons traduit sur un graphique la variation du coefficient de traînée $C_D$ en fonction du produit $(Re \cdot Sl)^{-1}$ où :

Re est le nombre de Reynolds
Sl le nombre de Strouhal défini par : $Sl = \frac{DN}{k}$

La relation analytique liant $C_D$, Re et Sl est

$$C_D = \frac{8}{Sl \cdot Re} \qquad 3\text{-}17$$

et les résultats expérimentaux vérifient parfaitement cette loi (figure 3-18, tableau 3-13).

o

o o

# - C H A P I T R E  4 -

## ETUDE DE LA COALESCENCE DES BULLES AU COURS DE LEUR ASCENSION

—— C ——

Les bulles sont émises au niveau de l'orifice d'une manière régulière. Dans le cas des faibles débits de gaz, elles s'élèvent séparées les unes des autres et forment un chapelet où la distance entre bulles est sensiblement constante. Dans le cas de débits un peu plus importants, elles se groupent à l'orifice deux par deux puis s'élèvent dans le bain liquide en formant encore une chaîne régulière.

Il faut tout de même admettre que ces bulles ne sont pas parfaitement semblables et sont soumises à des fluctuations d'écoulement qui provoquent le rapprochement de deux bulles voisines et par voie de conséquence, l'éloignement de celles qui les précèdent et qui les suivent.

Nous avons pu observer que le chapelet de bulles se maintient d'une façon quasi-parfaite pendant un certain temps au début de l'ascension, puis un rapprochement lent se prroduit entre deux ou quelquefois trois bulles successives. Elles entrent alors en contact et coalescent pour donner une bulle unique, formant ainsi un chapelet composé de bulles dont le volume est généralement double et dont le nombre est réduit sensiblement de moitié.

Les nouvelles bulles obtenues acquièrent une nouvelle vitesse limite d'ascension plus importante, et tendent à leur tour à coalescer à nouveau deux par deux.

Les premières coalescences s'effectuent, pour des conditions opératoires de débit et de viscosité données, d'une façon aléatoire dans un intervalle de hauteur assez restreint. Dans le cas des faibles débits, les secondes coalescences s'effectuent plus rarement, la hauteur restant à parcourir par les bulles étant alors réduite. Lorsqu'elles peuvent être mises en évidence, ces coalescences s'effectuent d'une manière plus désordonnée que dans le premier cas et l'intervalle de hauteur où elles se produisent est très grand. Nous observons également des coalescences de trois et quatre bulles qui forment une bulle de vitesse limite très grande et qui perturbent la régularité du phénomène.

Les figures 4-1 et 4-2 montrent l'allure de variation de la fréquence de bulles en fonction de la hauteur. Nous remarquons sur la figure 4-2, correspondant aux faibles débits de gaz , l'existence de deux paliers ; le premier indique que la fréquence d'émission reste inchangée sur une certaine

hauteur. Le deuxième palier concerne un premier regroupement des bulles deux par deux ; leur fréquence est moitié de la fréquence d'émission. Le phénomène de coalescence se poursuit ensuite d'une façon plus aléatoire, les bulles résultantes provenant du regroupement de deux, trois, quatre,... bulles élémentaires.

Sur la figure 4-1 relative aux forts débits de gaz, le premier palier est extrèmement court. Comme dans le cas de la figure 4-2, on note un deuxième palier important où $N' = \frac{N}{2}$. Au-delà de ce deuxième palier, le regroupement se poursuit de façon aléatoire.

Un exemple de l'évolution des bulles dans le temps a été traduit sur la figure 3-1. Notre technique cinématographique nous permet de noter une bonne régularité dans la fréquence d'émission et nous constatons par ailleurs que les bulles sont soumises à un mouvement uniforme dans la plus grande partie de leur trajet ; elles atteignent une vitesse limite qu'elles conservent tant qu'elles ne sont pas influencées par le sillage des précédentes. L'émission étant entâchée de quelques imperfections (faibles fluctuations dans la fréquence et dans le volume), les bulles ont des vitesses limites légèrement différentes. Dès qu'une bulle se rapproche de la précédente et pénètre dans son sillage, elle est soumise à une accélération qui la conduit à la rattraper très rapidement, puis à coalescer.

L'examen de cette figure montre également qu'il existe un premier niveau de coalescence bien défini ; la deuxième coalescence s'effectue à un niveau donné avec une légère dispersion.

L'appareillage a été complété en disposant neuf ensembles supplémentaires détecteurs de bulles. Ces détecteurs identiques à celui utilisé au niveau de l'émission sont disposés verticalement tous les dix centimètres, le premier étant à cinq centimètres de l'orifice d'émission. Les mêmes conditions expérimentales ont été adoptées au cours de ces expériences.

L'ensemble des résultats expérimentaux est présenté dans le tableau 4-1.

## 4-1 - MODELE MATHEMATIQUE DE LA DISTRIBUTION DES BULLES.-

Dans des conditions opératoires définies, nous avons établi expérimentalement une courbe de distribution de la fréquence des bulles, donc de la surface d'échange en fonction de la hauteur. Pour représenter les résultats obtenus dans différentes conditions, nous nous sommes proposé d'établir un modèle mathématique.

Soient :

- $n_e$ la fréquence à un palier donné (figure 4-3)
- f (h) le "facteur de coalescence"
- g (n) une fonction de la fréquence n de bulles passant à la hauteur h.

Nous supposerons que :

- l'état du système à une hauteur $h_i$ ne dépend que de son état en $h_{i-1}$
- les probabilités de transition entre la hauteur h et la hauteur h + Δh sont :

$$P\left[n \rightarrow n - 1\right] = g(n)\, f(h)\, \Delta h + O_1(\Delta h)$$
$$P\left[n \rightarrow n - j,\ j > 1\right] = O_2(\Delta h) \qquad 4\text{-}1$$

avec $O_1(\Delta h)$ et $O_2(\Delta h)$ au moins du deuxième degré en Δh.

Soit $P_n(h)$ la probabilité d'avoir n bulles à la hauteur h

Soit $P_n(h + \Delta h)$ la probabilité d'avoir n bulles à la hauteur h + Δh. On obtient alors la relation :

$$P_n(h+\Delta h) = \left[1 - g(n)\, f(h)\, \Delta h\right] P_n(h) + g(n+1)\, f(h)\, \Delta h . P_{n+1}(h) + A \cdot O_1(\Delta h) + B \cdot O_2(\Delta h) \qquad 4\text{-}2$$

avec A et B bornés.

Soit :

$$\frac{P_n(h + \Delta h) - P_n(h)}{\Delta h} = - g(n)\ f(h)\ P_n(h) + g(n + 1)\ f(h)\ P_{n+1}(h)$$

$$+ A \cdot O_1^*(\Delta h) + B \cdot O_2^*(\Delta h)$$

où $O_1^*(\Delta h)$ et $O_2^*(\Delta h)$ sont au moins du 1er degré en $\Delta h$.

Par passage à la limite ($\Delta h \longrightarrow 0$), on obtient :

$$\frac{dP_n(h)}{dh} = - g(n)\ f(h)\ P_n(h) + g(n+1)\ f(h)\ P_{n+1}(h) \qquad 4\text{-}3$$

Soit F(h) une primitive de f(h).

Soit $h_0$ la hauteur à partir de laquelle la fréquence diminue (figure 4-3).

Pour h variant de 0 à u ($u = h - h_o$), l'équation différentielle a pour solution le système de récurrence suivant :

$$\begin{cases} P_n(u) = C_n(u)\ e^{-g\ (n)\ F\ (u)} \\ C_n(u) = \displaystyle\int_0^u g(n+1)\ f(h)\ P_{n+1}(h)\ e^{-g(n)\ F(h)}\ dh \end{cases} \qquad 4\text{-}5$$

avec pour condition initiale :

$$P_{n_e}(u) = e^{-g(n_e)\ F(u)}$$

$P_{n_e}(u)$ étant obtenu à partir de l'équation :

$$P_{n_e}(h + \Delta h) = P_{n_e}(h) \left[ 1 - g(n)\ f(h)\ \Delta h \right] + C.O\ (\Delta h) \qquad 4\text{-}6$$

Nous allons maintenant supposer en outre que :

$$g(n) = n$$

Nous pourrons alors déterminer $P_n(h)$ pour $n \geqslant 2$. Le système de récurrence s'écrit :

$$\begin{cases} P_n(u) = C_n(u)\ e^{-nF(u)} \\ C_n(u) = \int_0^u (n+1)\ f(h)\ P_{n+1}(h)\ e^{-nF(h)}\ dh \end{cases} \qquad 4\text{-}7$$

avec pour condition initiale :

$$P_{n_e}(h) = e^{-n_e F(u)}$$

La solution de ce système est :

$$P_n(u) = C^n_{n_e}\ p^n\ (1-p)^{(n_e-n)} \quad \text{avec } p = e^{-F(u)} \qquad 4\text{-}8$$

La distribution temporelle du nombre de bulles est donc pratiquement une loi binominale de paramètre $p = e^{-F(u)}$.

Il faut toutefois noter qu'il n'est pas possible d'avoir moins d'une bulle à une hauteur donnée. Pour $n = 1$, nous obtenons :

$$P_1(u) = C^1_{n_e}\ p\ (1-p)^{(n_e-1)} + C^0_{n_e}\ (1-p)^{n_e} \text{avec } p = e^{-F(u)} \qquad 4\text{-}9$$

à partir de l'équation :

$$P_1(h+\Delta h) = 2.P_2(h)\ f(h)\ \Delta h + P_1(h) + D.O(\Delta h) \qquad 4\text{-}10$$

Vu les conditions expérimentales, il n'est pas concevable de n'observer qu'une seule bulle ; en conséquence, nous considèrerons que la distribution temporelle est effectivement une loi binominale.

Soit N(h) la variable aléatoire égale au nombre de bulles passant au niveau h.

Posons $u = h - h_o$

et : $N(h_o) = n_e$

Nous avons :

$$P\left[N(h) = n / N(h_o) = n_e\right] = \binom{n}{n_e} p^n (1-p)^{n_e - n} \quad \text{avec } p = e^{-F(h-h_o)}$$

pour $n = 2, 3, \ldots n_e$

ce qui donne :

$$P\left[N(h_i) - N(h_{i+1}) = a_{i+1} / N(h_i) = n_e - \sum_{j=1}^{i} a_j\right] =$$

$$\binom{a_{i+1}}{n_e - \sum_{j=1}^{i} a_j} (P_{i+1}^*)^{n_e - \sum_{j+1}^{i+1} a_j} (1 - p_{i+1}^*)^{a_{i+1}} \qquad 4\text{-}11$$

avec $P_{i+1}^* = e^{-F(h_{i+1} - h_i)}$

Remarquons que nous avons ici, d'après les conditions expérimentales, $h_{i+1} - h_i = \text{Cte}$ $i = 1, 2, \ldots 1$

soit :

$$p_2^* = p_3^* = \ldots = p_e^*$$

en appelant 1 le nombre de niveaux d'observations sur la colonne.

Soit $\alpha = e^{-F(h_i - h_{i+1})}$ cette valeur commune

Soit $\beta = e^{-F(h_1 - h_o)}$

Nous ne supposons pas que $h_1 - h_o$ est égal à $h_{i+1} - h_i$.

D'après nos hypothèses, les variables aléatoires

$$N(h_i) - N(h_{i+1}) \quad \text{et} \quad N(h_j) - N(h_{j+1})$$

sont stochastiquement indépendantes pour $i \neq j$.

Nous désignerons par P* la distributinn conjointe de ces l variables.

$$P^* = \prod_{i=1-1}^{i=0} \binom{a_{i+1}}{n_e - \sum_{j=1}^{i} a_j} (P_{i+1}^*)^{n_e - \sum_{j=1}^{i+1} a_j} (1 - P_{i+1}^*)^{a_{i+1}}$$

Considérons alors les quantités :

$$q_1 = \beta \qquad q_2 = \alpha q_1 = \alpha\beta \qquad q_3 = \alpha q_2 = \alpha^2\beta$$

$$q_e = \alpha^{l-1} \cdot \beta$$

En remarquant que :

$$P_1^* = q_1 \qquad P_{i+1}^* = \frac{q_{i+1}}{q_i}$$

on obtient :

$$p^* = \frac{n_e!}{a_1!\, a_2! \cdots a_l!\, (n_e - \sum_{j=1}^{l} a_j)!} \cdot (1 - q_1)^{a_1} (q_1 - q_2)^{a_2} \cdots$$

$$\cdots (q_{l-1} - q_l)^{a_l} (q_l)^{n_e - \sum_{i=j}^{l} a_j}$$

La distribution conjointe P* est donc une distribution multinominale à (l + 1) catégories.

4-2 - UTILISATION PRATIQUE.-

Les variables aléatoires $(N(h_i) - N(h_{i+1}))$ représentent le nombre de bulles qui coalescent entre les hauteurs $h_i$ et $h_{i+1}$. Leur utilisation sera donc recommandée dans l'étude du "facteur de coalescence" f(h).

La fréquence moyenne des bulles n(h) devant passer à un niveau h au cours d'une expérience sera donnée par l'espérance mathématique conditionnelle de N(h).

Nous avons vu que :

$$P\left[ (N(h) = n/N(h_o) = n_e \right] = \binom{n}{n_e} p^n (1 - p)^{n_e - n}$$

avec : $P = e^{-F(h-h_o)}$

Nous aurons :

$$n(h) = E\left[ N(h) \right] = n_e p = n_e \cdot e^{-F(h - h_o)} \qquad 4\text{-}12$$

Il nous reste à déterminer F.

N'ayant pas suffisamment d'informations théoriques sur les causes de la coalescence dans le problème étudié ici, nous allons procéder de la façon suivante : nous considèrerons l'ensemble $\{F\}$ des fonctions possibles et nous déterminerons la fonction F qui convient en utilisant simultanément la méthode d'estimation par le maximum de vraisemblance et la méthode d'estimation par le $\chi^2$ minimum.

L'ensemble $\{F\}$ est constitué empiriquement après examen de la courbe tracée à partir de l'échantillon donné par les variables $N(h_i)-N(h_{i+1})$, dont la vraisemblance est P* précédemment calculée.

Supposons que l'on ait décidé de définir $\{F\}$ comme l'ensemble des fonctions

$$F(h-h_o) = \tau (h-h_o)^p \quad ; \quad \tau \in R \text{ et } p \in R, \; h_o \in R$$

d'où :

$$n(h) = n_e \cdot e^{-\tau (h-h_o)^P} \qquad 4\text{-}13$$

Pour choisir entre ces fonctions celle qui est la "meilleure", on pourrait procéder de la façon suivante :

- estimer $\tau$ par la méthode du maximum de vraisemblance, c'est-à-dire prendre pour estimation de $\tau$ la quantité m qui est solution de :

$$\frac{\delta \text{ Log } P^*(m)}{\delta m} = 0$$

- considérer la quantité :

$$x^2 = \sum_{i=1}^{l+1} \frac{(f_i^T - f_i^o)^2}{f_i^T}$$

où $f_i^T$ sont les fréquences théoriques calculées pour $\tau$ estimé et p et $h_o$ fixés et où $f_i^o$ sont les fréquences observées.

La distribution conjointe des variables $\left[N(h_i)-N(h_{i+1})\right]$ indépendantes étant multinominale et le paramètre ayant été estimé par la méthode du maximum de vraisemblance, nous pouvons considérer que $x^2$ est la valeur observée d'une variable aléatoire suivant une loi de $\chi^2$ à $l - 1$ degrés de liberté ($l + 1$ catégories et 1 paramètre estimé).

Les valeurs de p et $h_o$ retenues seront celles qui donneront le $x^2$ minimum.

Nous avons procédé à l'estimation de $\tau$, $h_o$ et p, pour 104 expérimentations différentes. Pour la plupart d'entre elles p était égal à $1 \pm 0,1$, nous avons alors décidé de prendre a priori $p = 1$, et de restreindre notre estimation à celle de $\tau$ et $h_o$.

$\tau$ et $h_o$ ont été calculés à nouveau : le premier par la méthode du maximum de vraisemblance et le second par la méthode du $\chi^2$ minimum. En ce qui concerne l'estimation de $\tau$ l'interprétation des résultats obtenus nous a amené à la conclusion que les variations de $\tau$ avec la pression P et la viscosité $\mu$ étaient purement aléatoires et que seules les variations

de $\mathcal{C}$ avec le diamètre $\phi$ ne l'étaient pas (tableaux 4-2 à 4-5). On a donc admis que $\mathcal{C}$ dépendait seulement du diamètre $\phi$ de l'orifice d'émission, sa valeur pour un diamètre $\phi$ donné étant égale à la moyenne des valeurs obtenues pour cette valeur de $\phi$ et diverses valeurs de P et $\mu$. Ceci nous a conduit à prendre :

$$\mathcal{C} = 0,01290 \text{ pour } \phi = 0,64 \text{ mm}$$
$$\mathcal{C} = 0,01416 \text{ pour } \phi = 0,41 \text{ mm}$$
$$\mathcal{C} = 0,01497 \text{ pour } \phi = 0,34 \text{ mm}$$
$$\mathcal{C} = 0,02024 \text{ pour } \phi = 0,09 \text{ mm}$$

Nous avons porté sur un graphique les valeurs de $\mathcal{C}$ en fonction du diamètre $\phi$ de l'orifice d'émission. En coordonnées logarithmiques la courbe représentative est une droite qui peut être traduite par l'expression (figure 4-4) :

$$\mathcal{C} = 0,0115 \ \phi^{0,24} \qquad 4\text{-}14$$

avec $\phi$ en mm.

Il reste alors à estimer $h_o$ par la méthode du $\chi^2$ minimum, les valeurs de $\mathcal{C}$ étant fixées a priori.

Ces valeurs obtenues à partir de 480 résultats expérimentaux sont présentées sur les tableaux 4-6 à 4-9. Elles font apparaître que la hauteur $h_o$ décroît très rapidement avec une augmentation de la pression de gaz pour devenir sensiblement constante dès que la pression atteint 200 mm de mercure, c'est-à-dire dans le domaine d'utilisation industrielle.

Les valeurs de $h_o$ obtenues sont purement aléatoires et l'on peut déterminer une valeur moyenne de $h_o$ dans le domaine de pression allant de 200 à 800 mm de mercure. Ces valeurs sont consignées sur le tableau ci-après et présentées sur la figure 4-5.

Valeurs moyennes de $h_o$ (cm) en fonction
de la viscosité $\mu$ du liquide et du diamètre de l'orifice

| $\mu$ (Po) / $\phi$ (mm) | 16 | 26 | 44 | 74 |
|---|---|---|---|---|
| 0,09 | 40,3 | 62,6 | 62,9 | 50,8 |
| 0,34 | 23,6 | 36,5 | 41,6 | 42,7 |
| 0,41 | 20,3 | 24,5 | 27,4 | 31,8 |
| 0,64 | 7,2 | 12,2 | 22,7 | 26,5 |

o

o o

## - CONCLUSION -

Nous avons pu établir au cours de cette étude l'influence d'un certain nombre de paramètres (débit de gaz, viscosité de liquide, diamètre de l'orifice d'émission) sur la fréquence d'émission des bulles :

$$N = 6,14 \cdot 10^{3} \cdot \Delta P^{1/8} \cdot \mu^{-3/4} \cdot \varphi^{0,383}$$

L'observation du phénomène d'éjectinn nous a permis de constater que peu après l'émission dans des conditions correspondant à celles que l'on utilise dans l'appareillage industriel, les bulles coalescent deux par deux. De la mesure de la fréquence et du débit de gaz nous pouvons déduire la surface des bulles et leur évolution à diverses viscosités. Nous avons également montré que leur vitesse d'ascension est régie par la loi

$$U = 35,75 \cdot \mu^{-0,5} \cdot d_f^{1,14}$$

Connaissant la hauteur de liquide parcourue, il est donc possible de déterminer le temps de contact entre la bulle de gaz et le liquide environnant.

Si la hauteur de liquide est suffisante, il y a lieu de tenir compte de la coalescence des bulles, qui tend à diminuer la surface de contact. Nous avons pu établir, par une méthode statistique et après traitement des données expérimentales sur calculateur numérique, la variation de la fréquence des bulles en fonction de la hauteur parcourue, pour des conditions de viscosité de liquide et de diamètre de l'orifice d'émission.

En cas de coalescence il est donc encore possible d'obtenir à chaque niveau la fréquence, le volume, le diamètre frontal et la vitesse des bulles pour en déduire des conditions de contact particulièrement intéressantes.

Pour des conditions opératoires déterminées : débit de gaz Q et fréquence des bulles N(h) le nombre de bulles dans un élément de hauteur dh est donné par :

$$dn = N(h) \cdot dt$$

d'où la surface de contact

$$dA = N(h) \cdot S \cdot dt$$

S étant la surface unitaire.

Dans le cas de bulles sphériques nous avons :

$$S = (4\pi)^{1/3} \left(\frac{3Q}{N}\right)^{2/3}$$

ce qui conduit à :

$$dA = (3Q)^{2/3} \cdot (4\pi N)^{1/3} \cdot dt$$

Soit avec $U = \frac{dh}{dt}$

$$dA = (3Q)^{2/3} \cdot (4\pi N)^{1/3} \cdot \frac{dh}{U}$$

Dans le cas d'un transfert de matière la quantité totale échangée est donnée par :

$$m = \int_0^h K \cdot \Delta C \cdot dA(h)$$

soit :

$$m = \int_0^h K \cdot \Delta C \cdot (3Q)^{2/3} (4\pi N)^{1/3} \cdot \frac{dh}{U}$$

Les résultats de cette étude permettent de suivre l'évolution de bulles dans un milieu visqueux. Ils apportent une sclution partielle aux problèmes posés de la détermination de la surface de contact dans les brûleurs à combustion submergée et aux réacteurs à bulles en général, car en pratique le phénomène réel est plus complexe. En effet l'émission du

gaz par plusieurs orifices entraîne l'apparition d'un fait supplémentaire : la coalescence de bulles provenant de ces différentes sources. De nouveaux travaux seraient nécessaires pour étudier l'hydrodynamique de bulles émises par un ensemble d'orifices : il serait particulièrement intéressant de déterminer les conditions permettant l'indépendance de chaînes de bulles issues des diverses sources pour éviter une diminution de la surface d'échange par coalescence. Notons que dans ce cas les résultats de la présente étude seraient directement applicables.

—— oOo ——

# - BIBLIOGRAPHIE -


1 - CALDERBANK P.H. - Brit. Chem. Eng. 1956, 1, 206
1956, 1, 267

2 - DAVIDSON J.F., SCHULER B.O.G. - Trans. Inst. Chem. Engrs. 1960, 38, 114
1960, 38, 335

3 - COPPOCK P.D., MEICKLEJOHN G.T. - Trans. Inst. Chem. Engrs. 1951, 29, 75

4 - BENZING R.J., MYERS J.E. - Ind. Eng. Chem. 1955, 47, 2087.

5 - QUIGLEY C.J., JOHNSON A.I., HARRIS B.L. - Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.
1955, 51, n° 16, 31.

6 - LEIBSON I., HOLCOMB E.G., CACOSO A.G., JACMIC J.J. - A.I.Ch.E. J.
1956, 2, 296.

7 - DAVIDSON L., AMICK E.H. - A.I.Ch.E. J. 1956, 2, 337.

8 - DATTA R.L., NAPIER D.H., NEWITT D.M. - Trans. Inst. Chem. Engrs.
1950, 28, 14.

9 - SIEMES W., KAUFFMANN J.F. - Chem. Eng. Sci. 1956, 5, 127.

10 - DAVIDSON J.F., HARRISON D. - Fluidized particles, Cambridge University
Press.

11 - RENNIE J., EVANS F. - Brit. Chem. Eng. 1962, 7, 498.

12 - PATTLE R.F. - Trans. Inst. Chem. Engrs, 1950, 28, 32.

13 - HAYES W.B., HARDY B.W., HOLLAND C.D. - A.I.Ch.E. J. 1959, 5, 319.

14 - ANGELINO H. - Thèse Doctorat ès Sciences, Toulouse, 1964.

15 - CRABTREE J.R., BRIDGWATER J. - Chem. Eng. Sci. 1969, 24, 1755.

16 - RAMAKRISHNAN S., KUMAR R., KULOOR N.R. - Chem. Eng. Sci. 1969, 24, 731.

17 - PERRY J.H. - Chemical Engineer's Handbook, 4 ed. New York, Mc Graw Hill
1963.

18 - STREETER V.L. - Fluid Dynamics, New York, Mc Graw Hill, 1948.

19 - ALRAN C. - Thèse Docteur-Ingénieur, Toulouse, 1961.

20 - HADAMARD J. - C.R. Acad. Sci., 1911, 152, 1735.

21 - RYBCZYNSKI W. - Bull. Acad. Sci. Cracovie, 1911, 1A, 40.

22 - LOCHIEL A.C. - Ph. D. Thesis, Edimbourg, 1963.

23 - MOORE D.W. - J. Fluid. Mech. 1963, 16, 161.

24 - TADAKI T., MAEDA S. - Chem. Eng. (Japon) 1961, 25, 582.

25 - BOUSSINESQ M.J. - C.R. Acad. Sci. 1913, 156, 1124.

26 - CRABTREE J.R. - Ph. Doctor Thesis, Cambridge, 1968.

27 - SONSHINE R.M., BRENNER H. - Appl. Sci. Res. 1966, 16, 425.

28 - SAFFMAN P.G. - J. Fluid. Mech. 1956. 1, 249.

-:-:-:-:-:-

# FIGURES

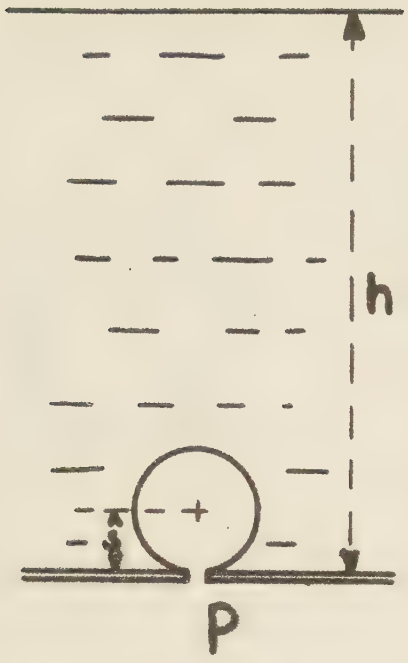
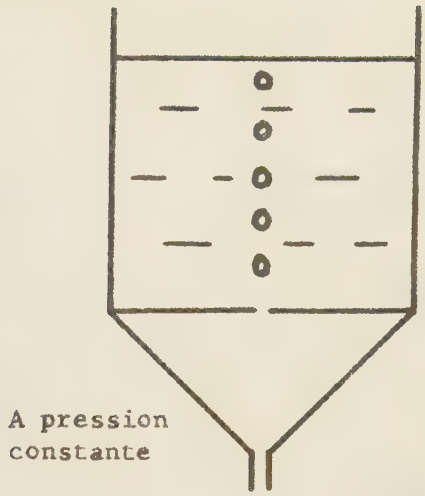



fig.1_1



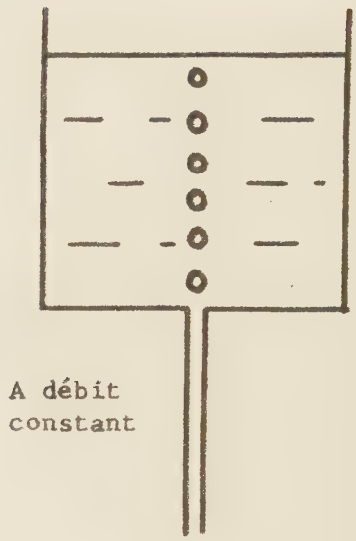




fig.2_1

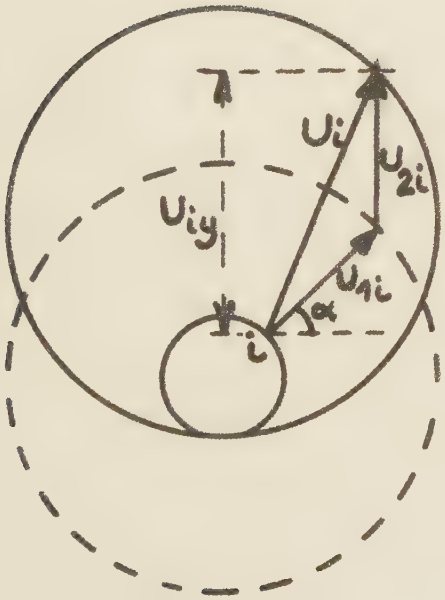



fig.2_2

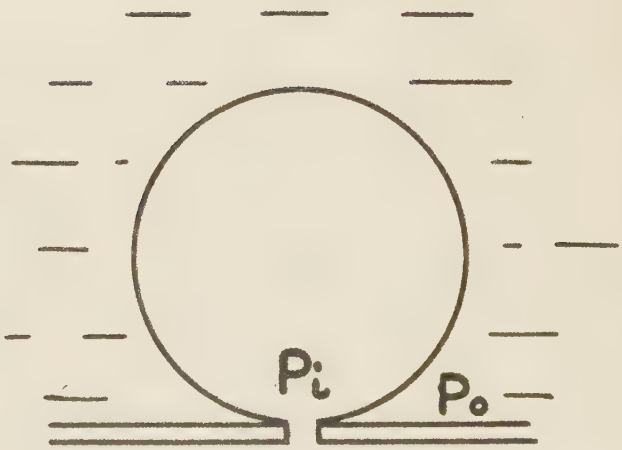



fig.2_3

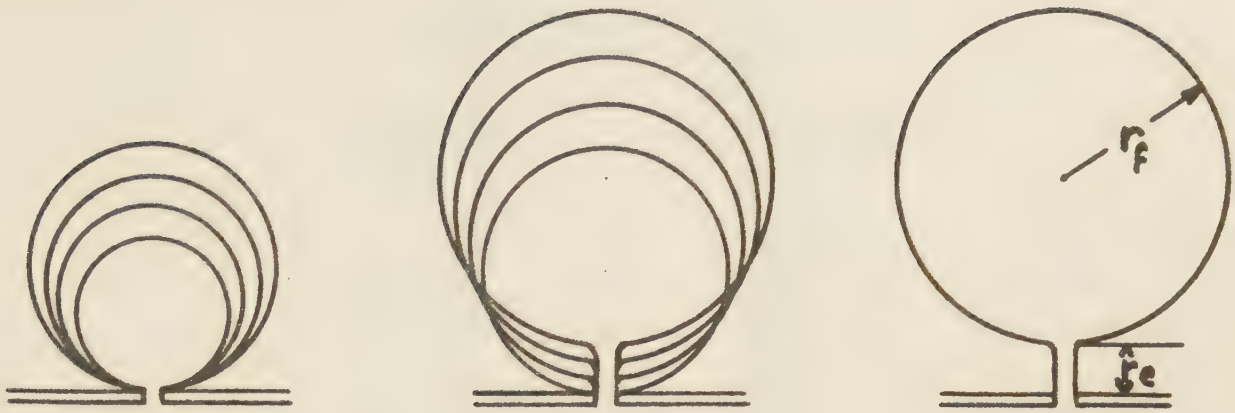



fig.2_4

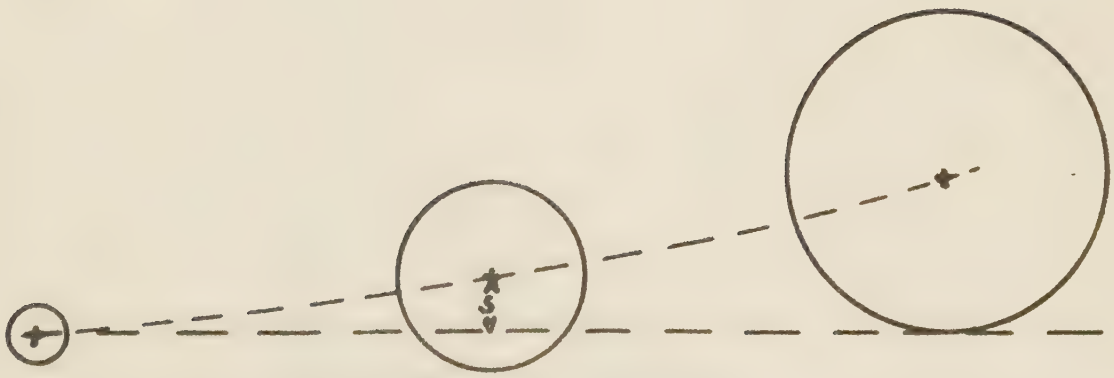


fig.2_5

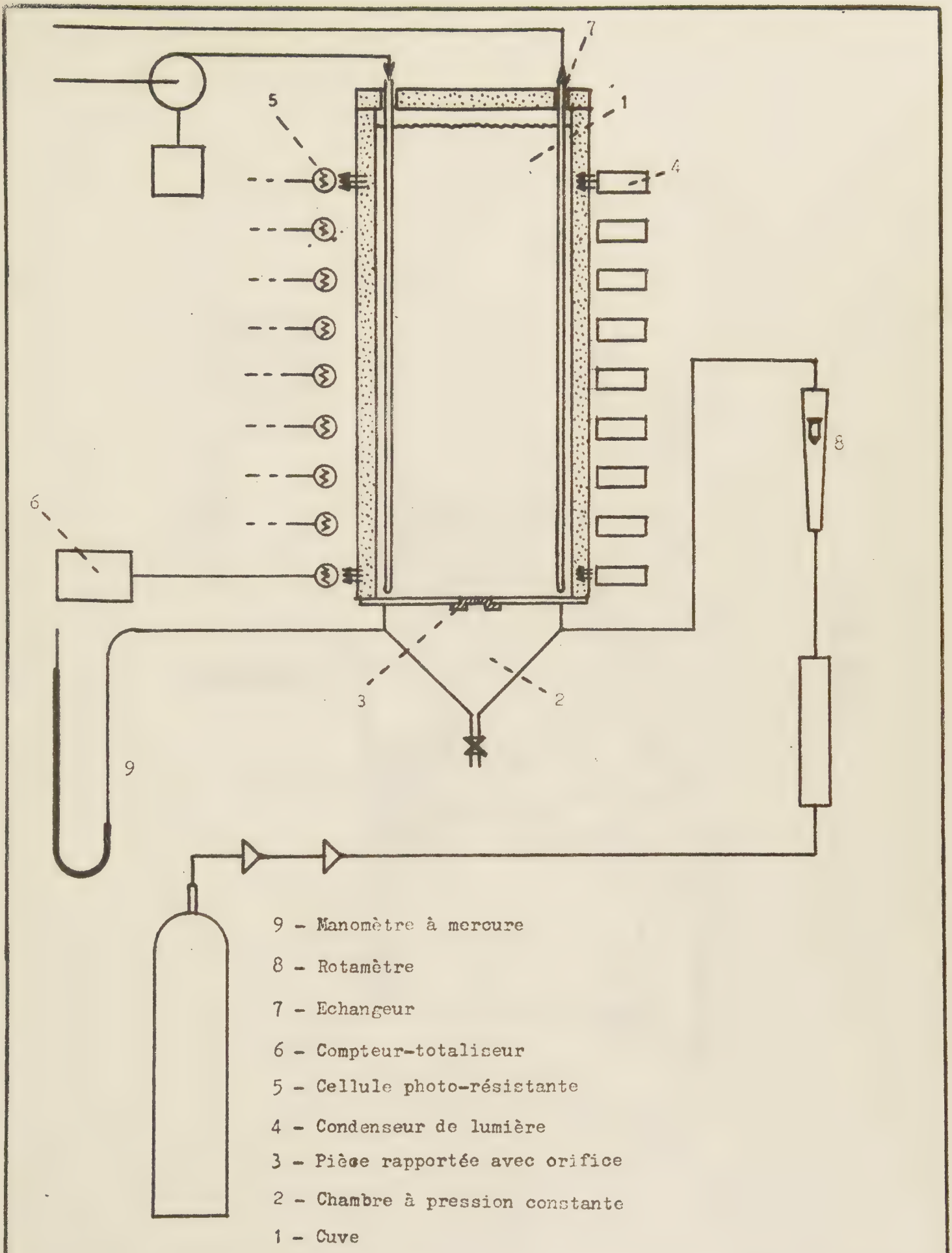

9 - Manomètre à mercure
8 - Rotamètre
7 - Echangeur
6 - Compteur-totaliseur
5 - Cellule photo-résistante
4 - Condenseur de lumière
3 - Pièce rapportée avec orifice
2 - Chambre à pression constante
1 - Cuve

fig.2_6

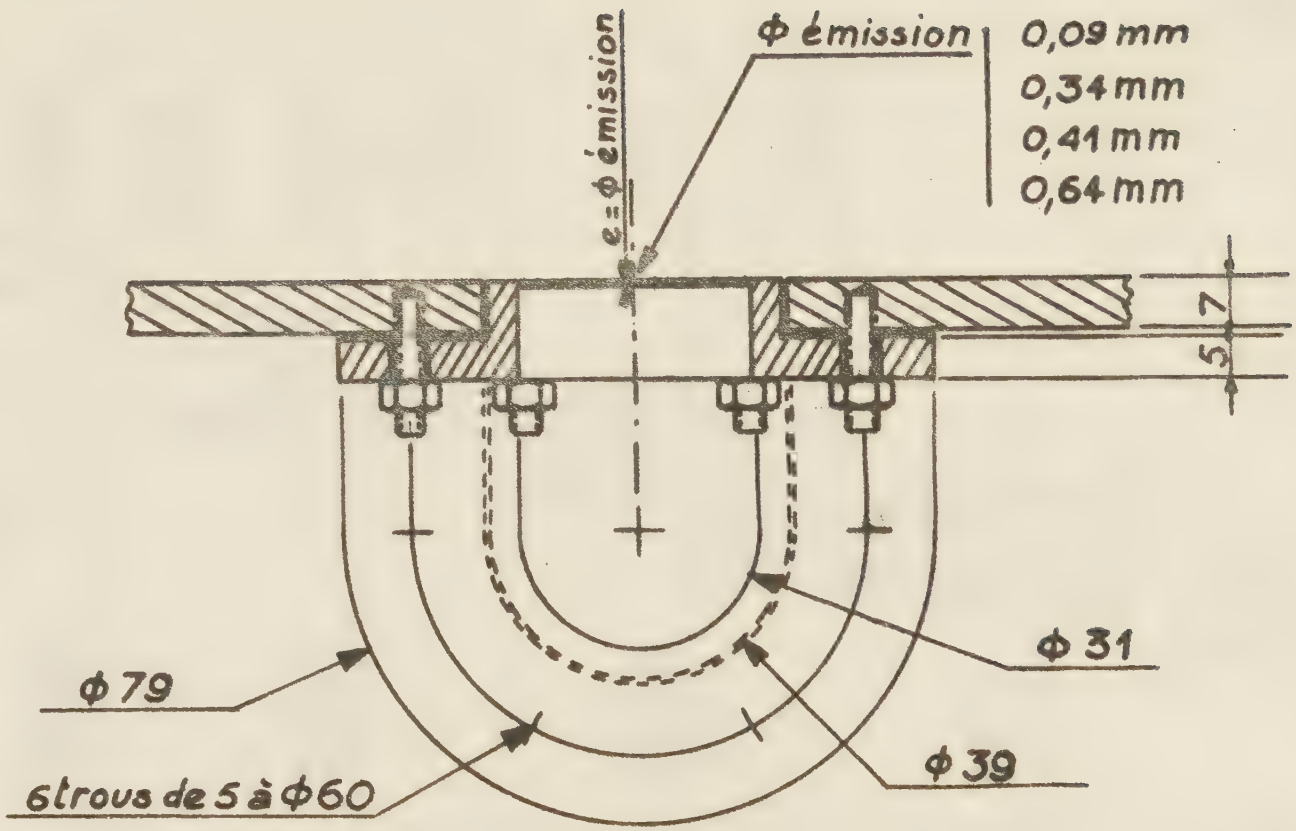

Φ émission
0,09 mm
0,34 mm
0,41 mm
0,64 mm
e = Φ émission
7
5
Φ 31
Φ 79
Φ 39
6 trous de 5 à Φ 60

fig. 2_7

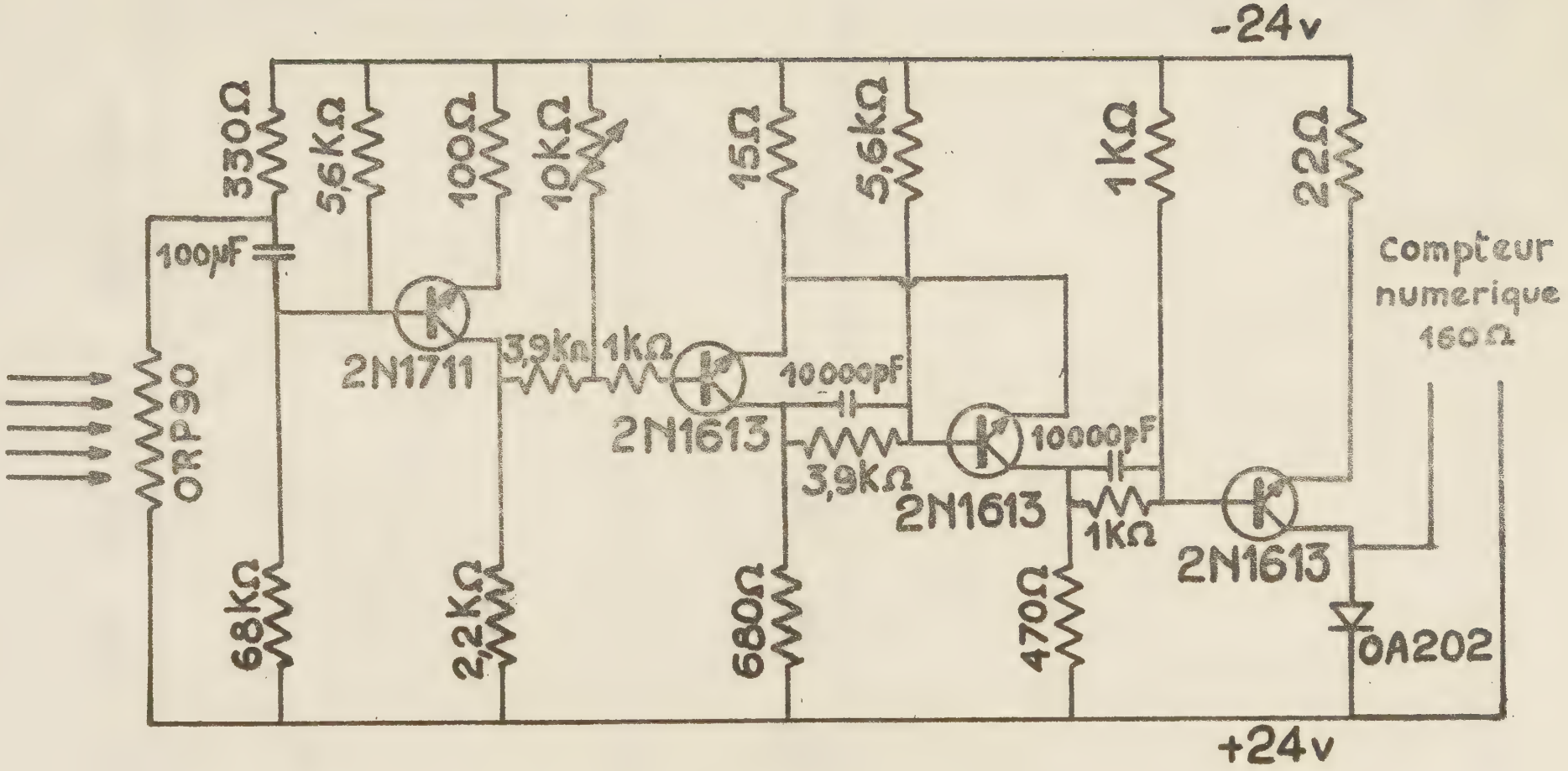
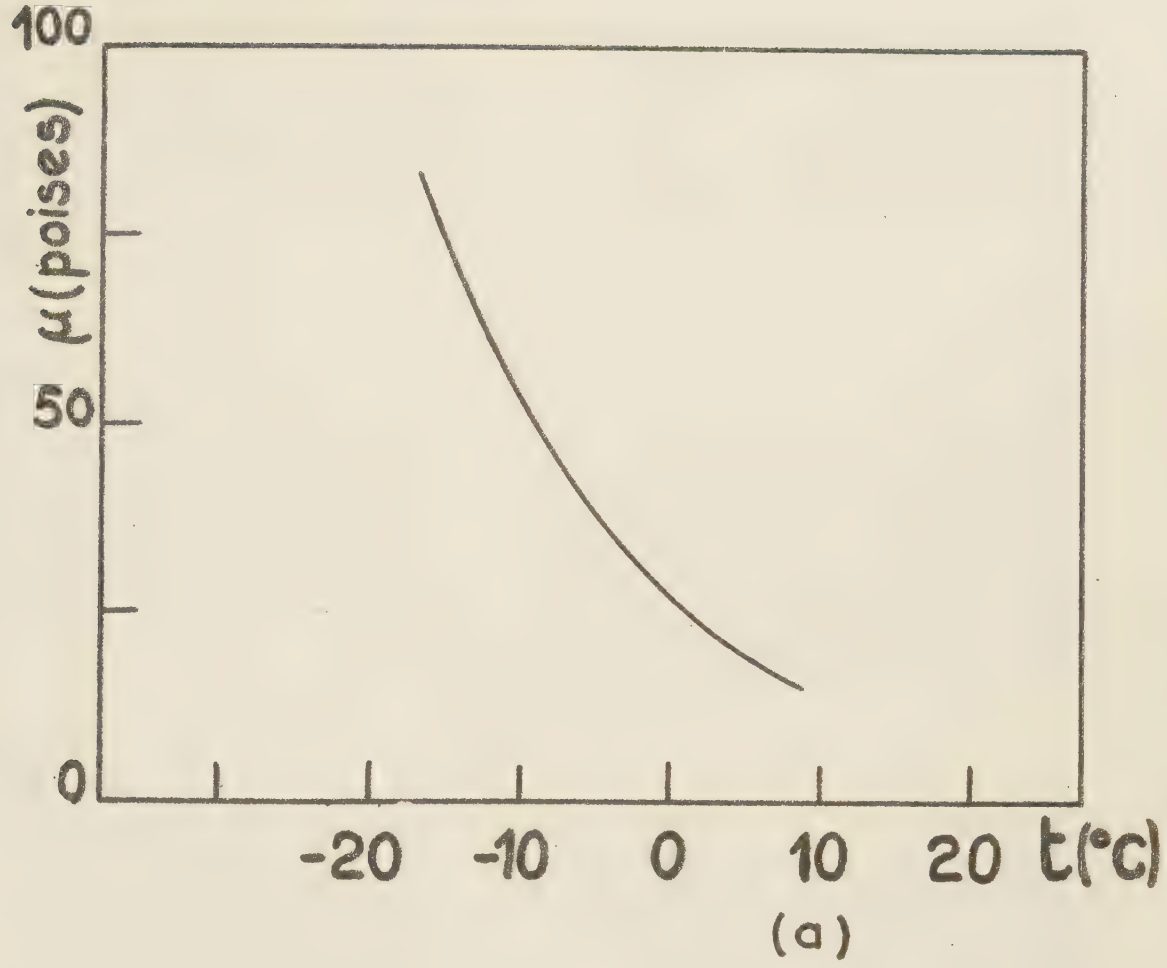
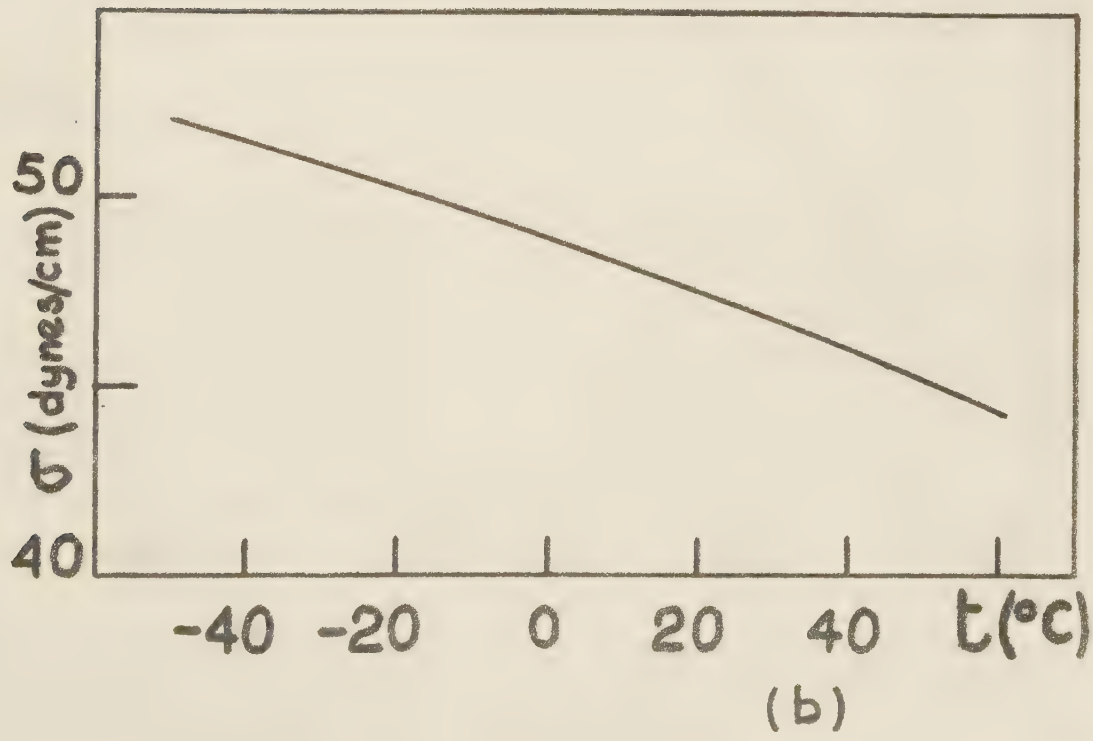

-24v
330Ω
5,6KΩ
100Ω
10KΩ
15Ω
5,6KΩ
1KΩ
22Ω
100µF
ORP90
2N1711
3,9KΩ
1KΩ
2N1613
10000pF
3,9KΩ
2N1613
10000pF
1KΩ
2N1613
compteur
numerique
160Ω
68KΩ
2,2KΩ
680Ω
470Ω
OA202
+24v

fig.2_8




(a)




(b)

fig.2_9

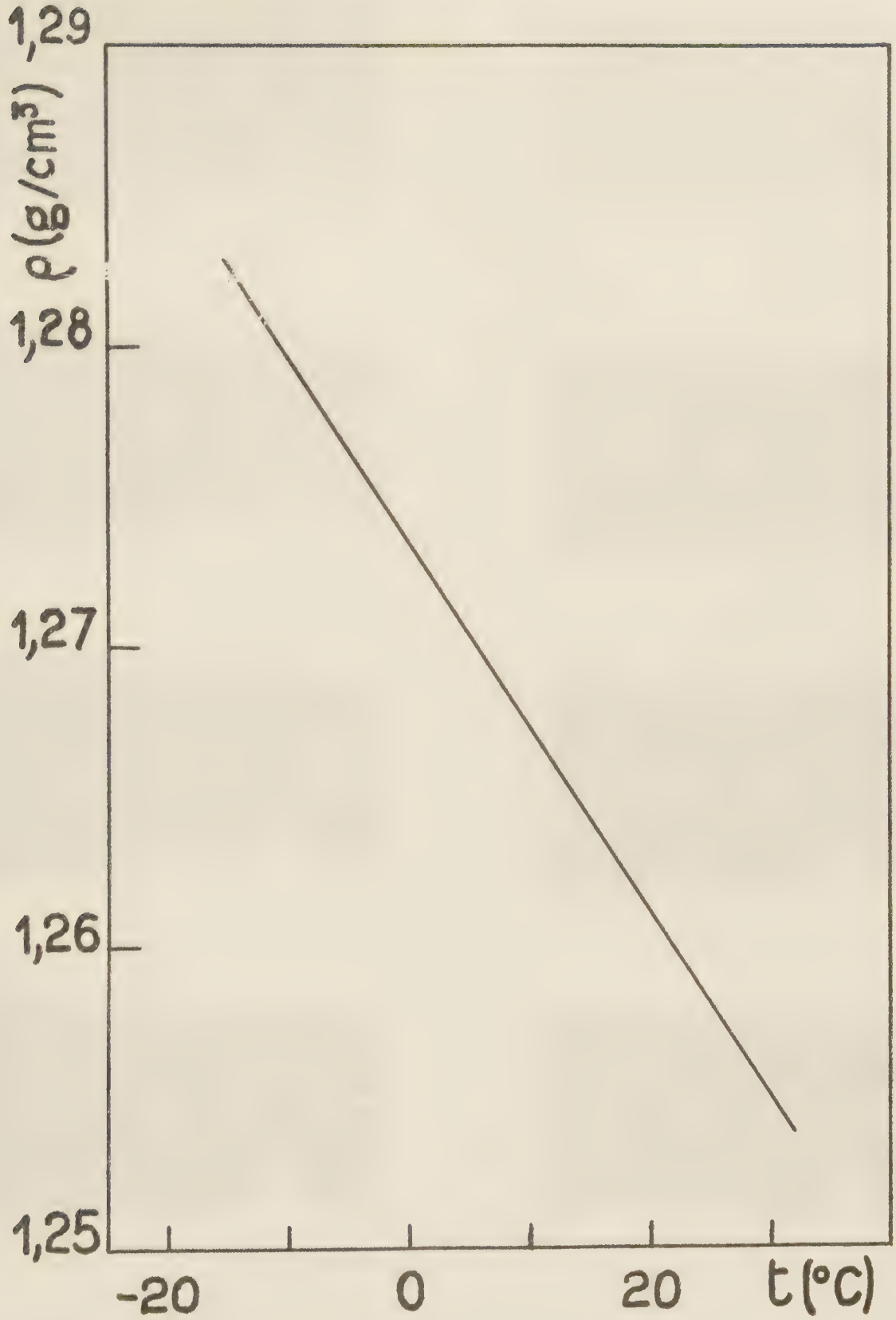



fig.2_10

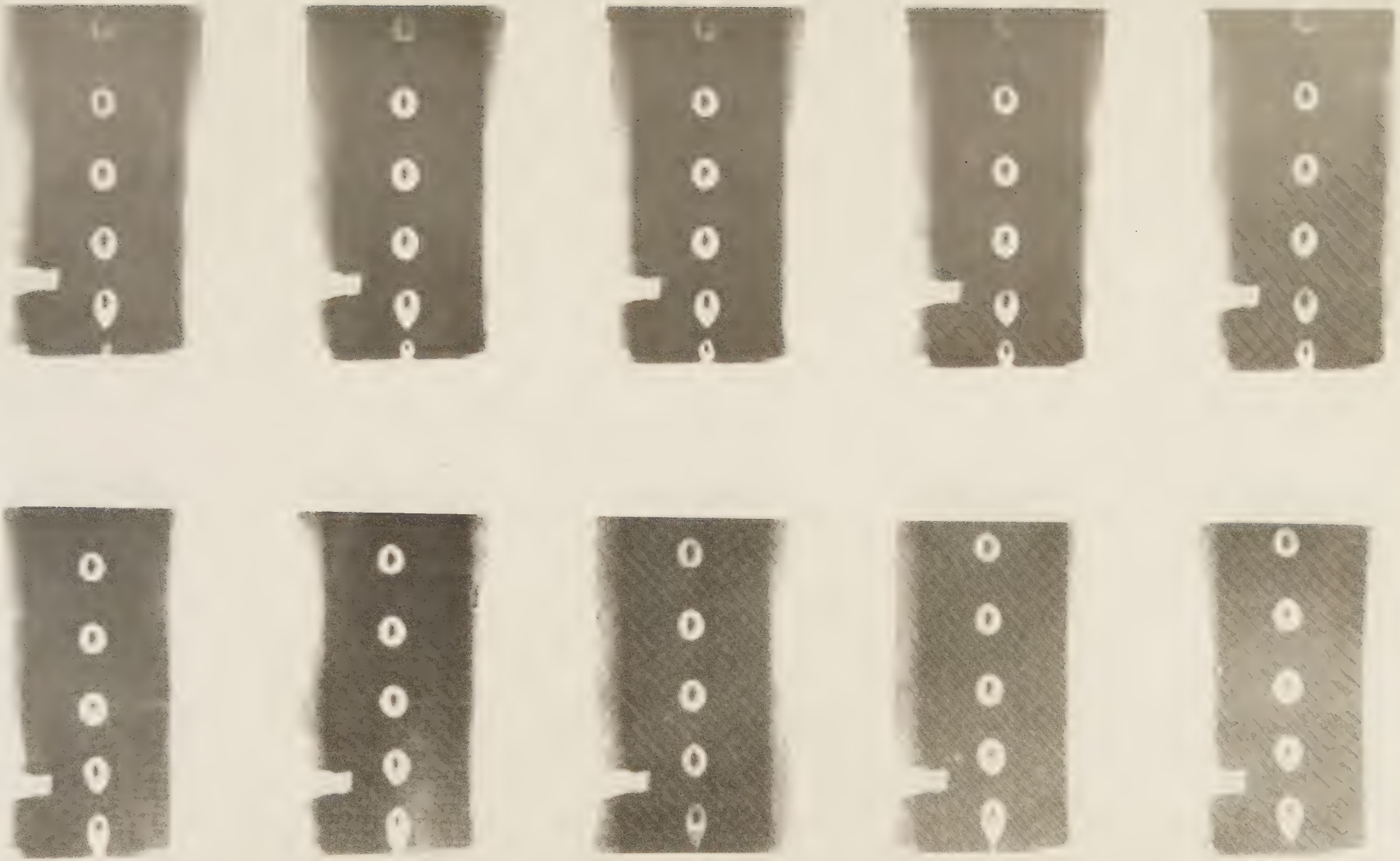


fig. 2_11

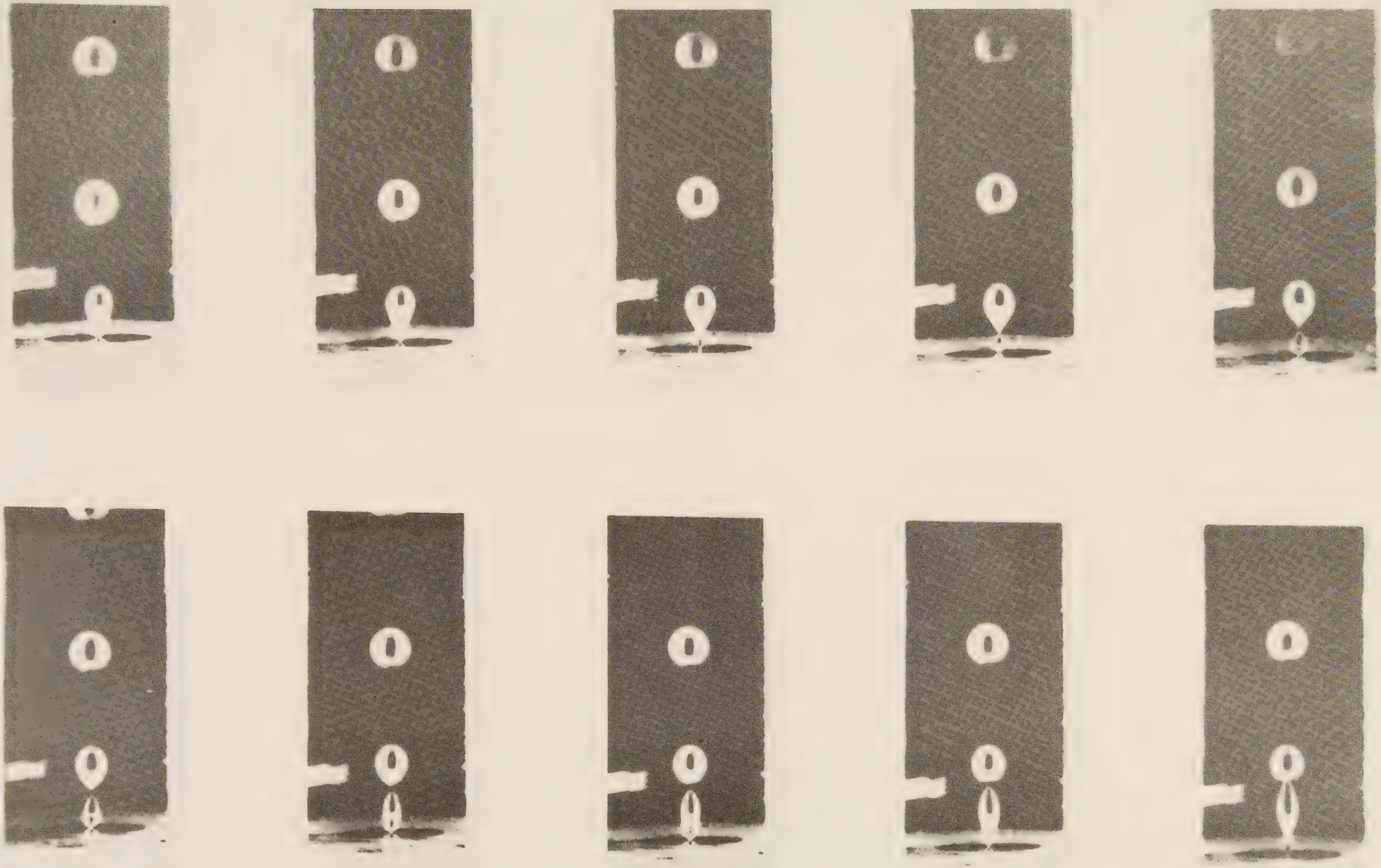


fig. 2_12

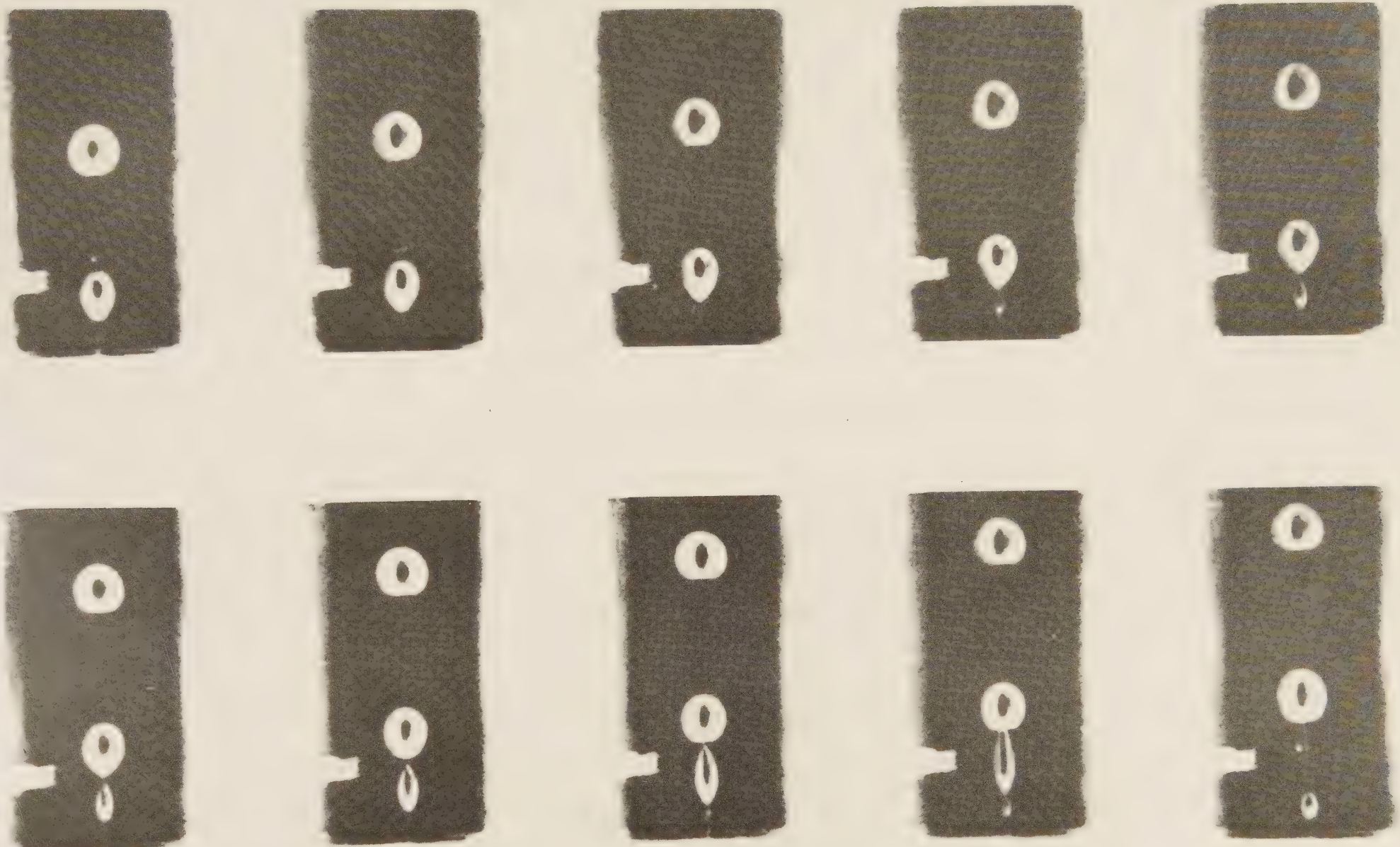


fig. 2_13

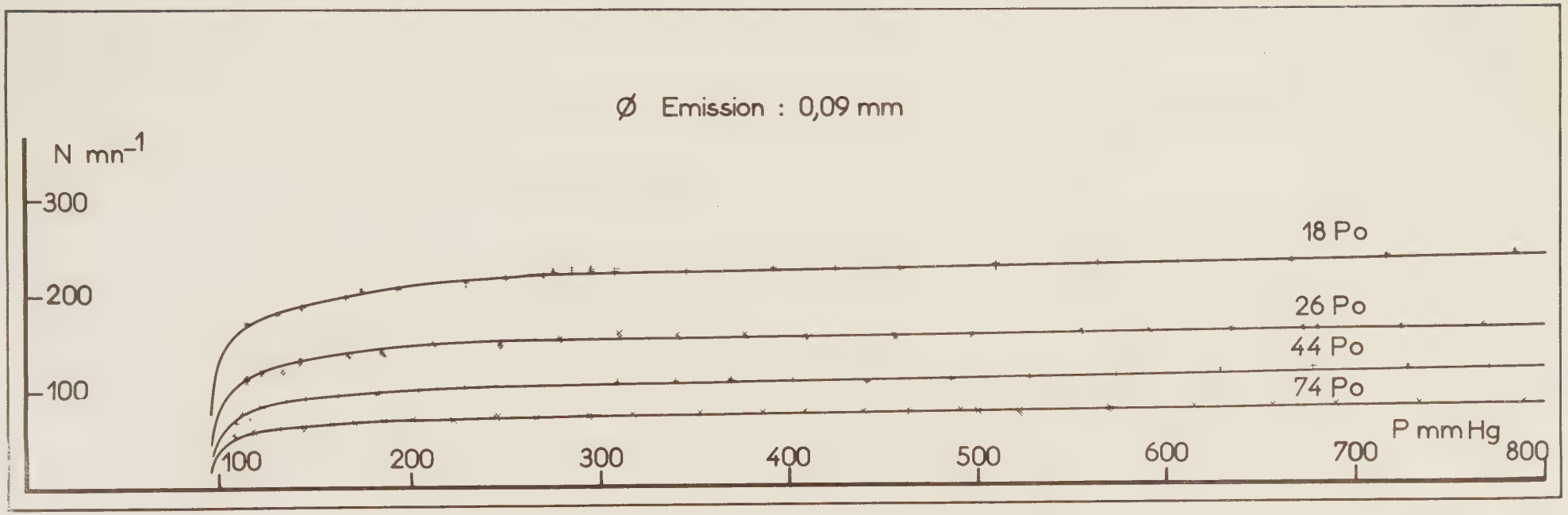

Ø Emission : 0,09 mm
N mn⁻¹
300
200
100
18 Po
26 Po
44 Po
74 Po
P mm Hg
100
200
300
400
500
600
700
800

fig.2_14

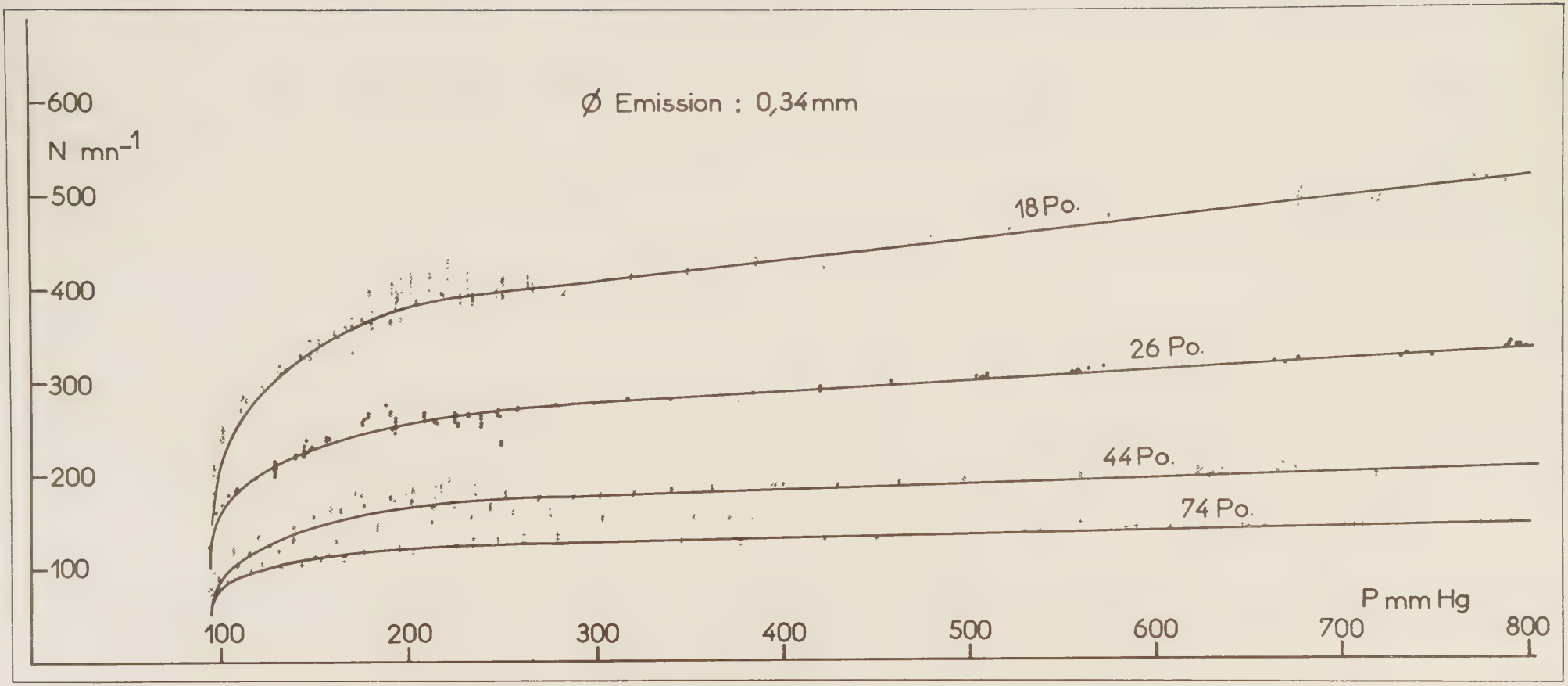

Ø Emission : 0,34mm
N mn⁻¹
600
500
400
300
200
100
18 Po.
26 Po.
44 Po.
74 Po.
P mm Hg
100
200
300
400
500
600
700
800

fig. 2_15

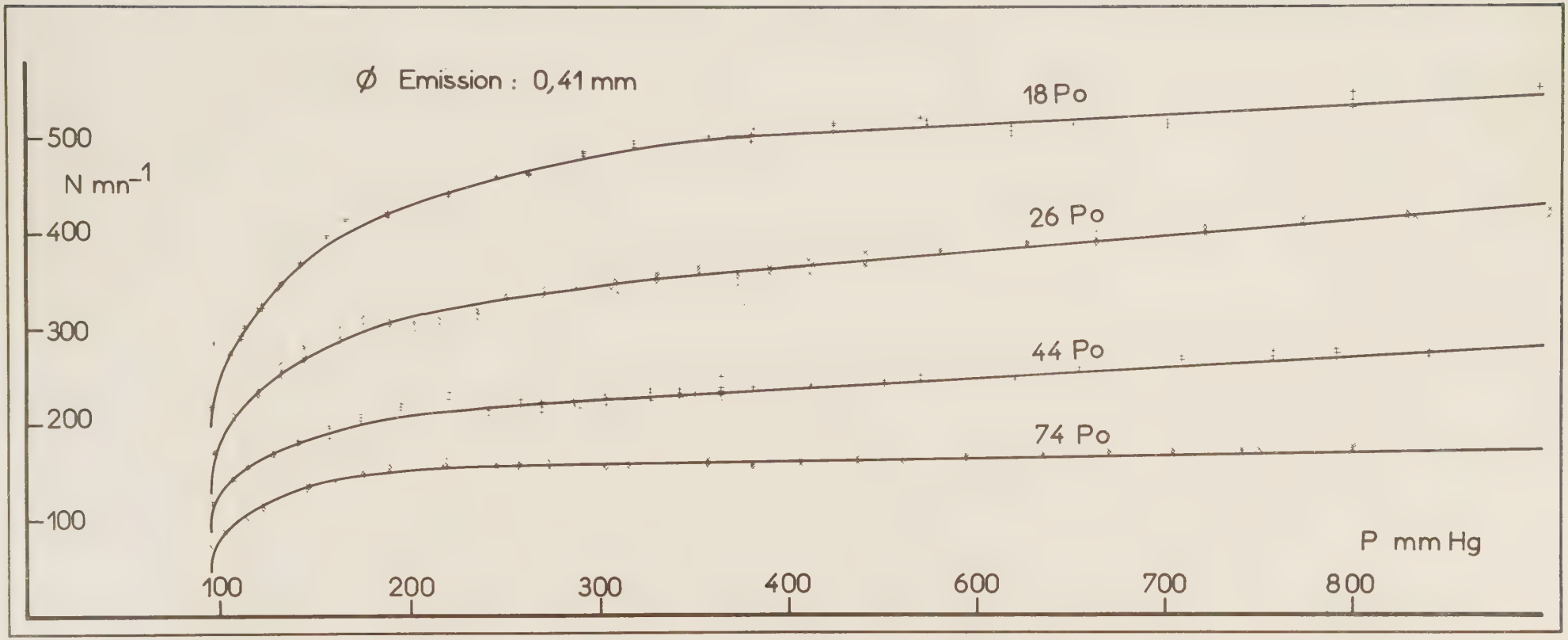

Ø Emission : 0,41 mm
18 Po
26 Po
44 Po
74 Po
500
N mn⁻¹
400
300
200
100
P mm Hg
100
200
300
400
600
700
800

fig. 2_16

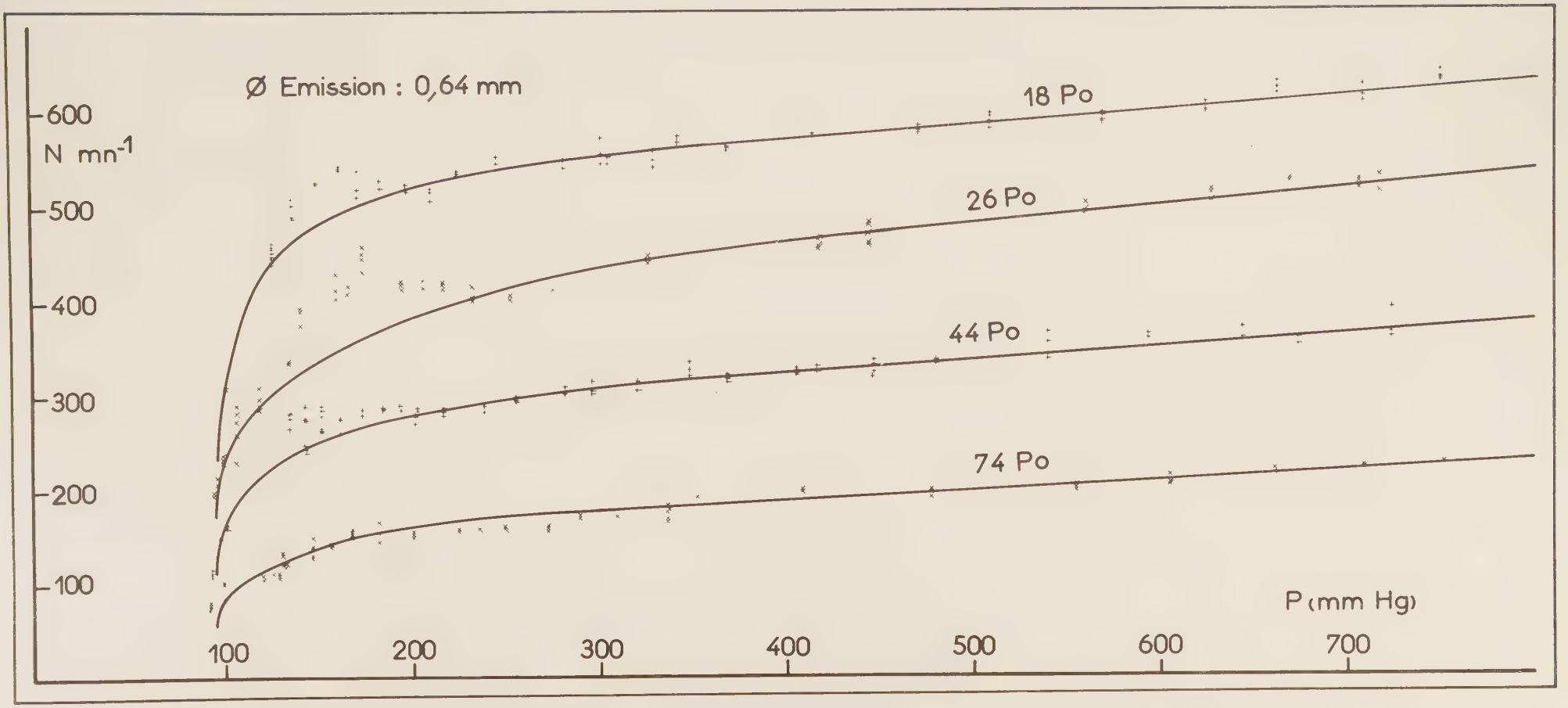

Ø Emission : 0,64 mm
N mn-1
600
500
400
300
200
100
18 Po
26 Po
44 Po
74 Po
P (mm Hg)
100
200
300
400
500
600
700

fig. 2_17

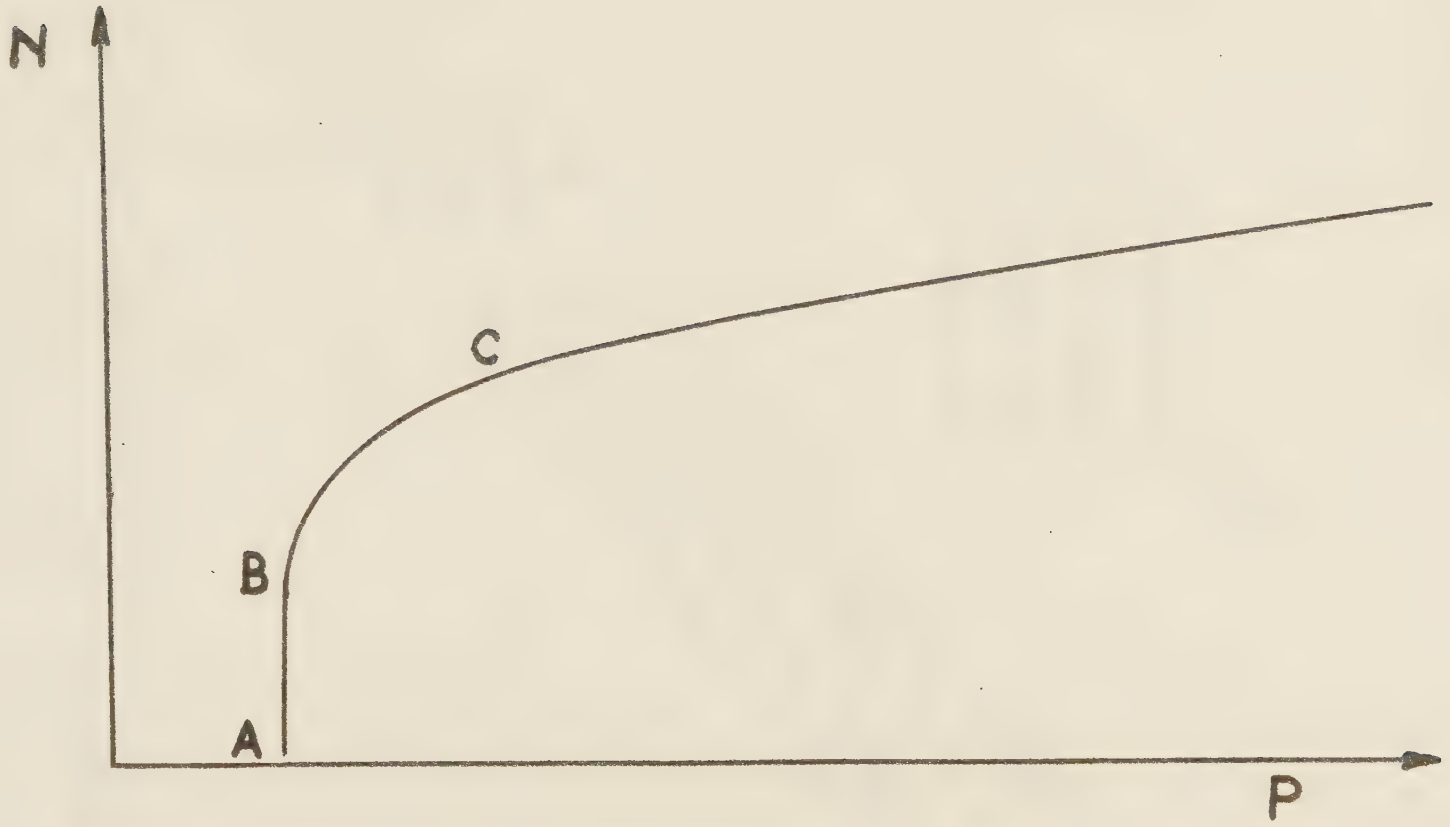



fig.2_18

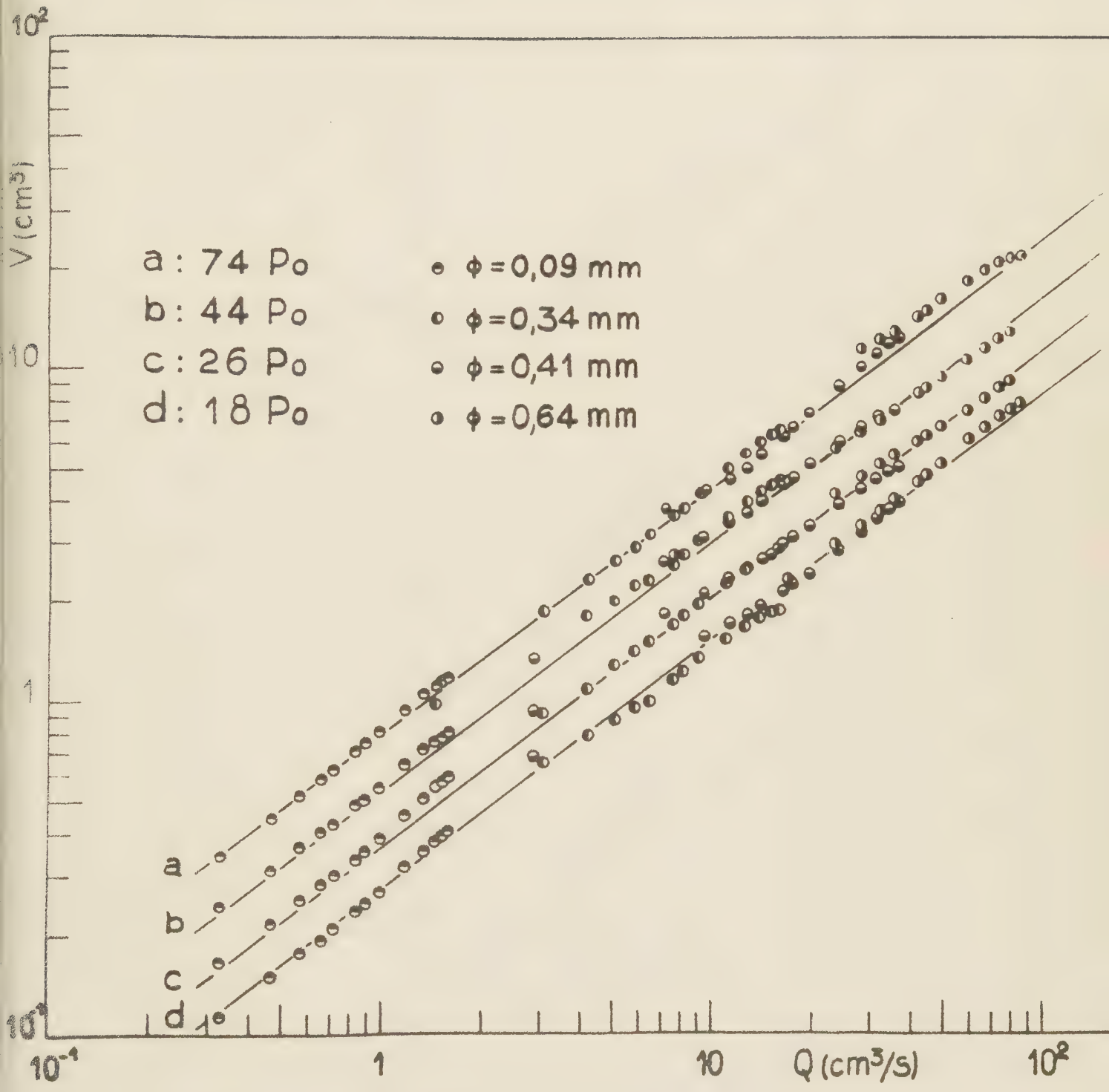

a : 74 Po
b : 44 Po
c : 26 Po
d : 18 Po
ϕ = 0,09 mm
ϕ = 0,34 mm
ϕ = 0,41 mm
ϕ = 0,64 mm
V (cm³)
Q (cm³/s)
10²
10
1
10⁻¹
a
b
c
d

fig.2_19

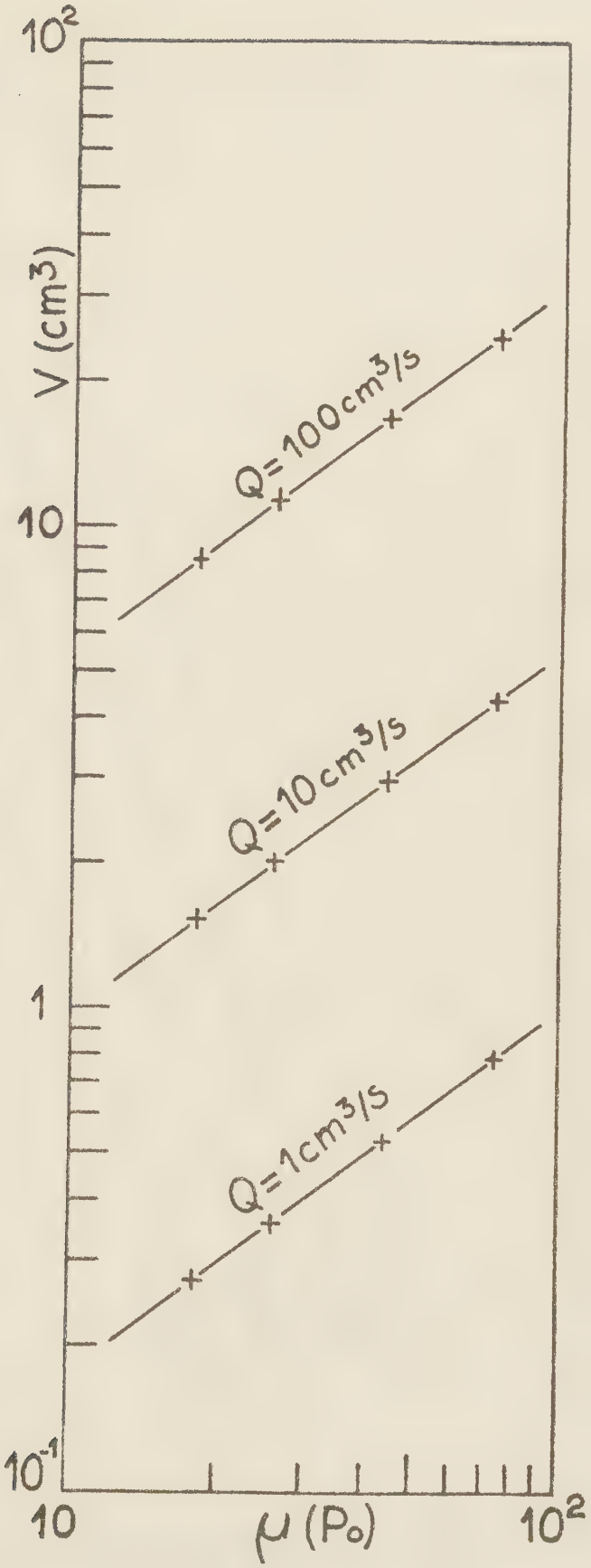



fig.2_20

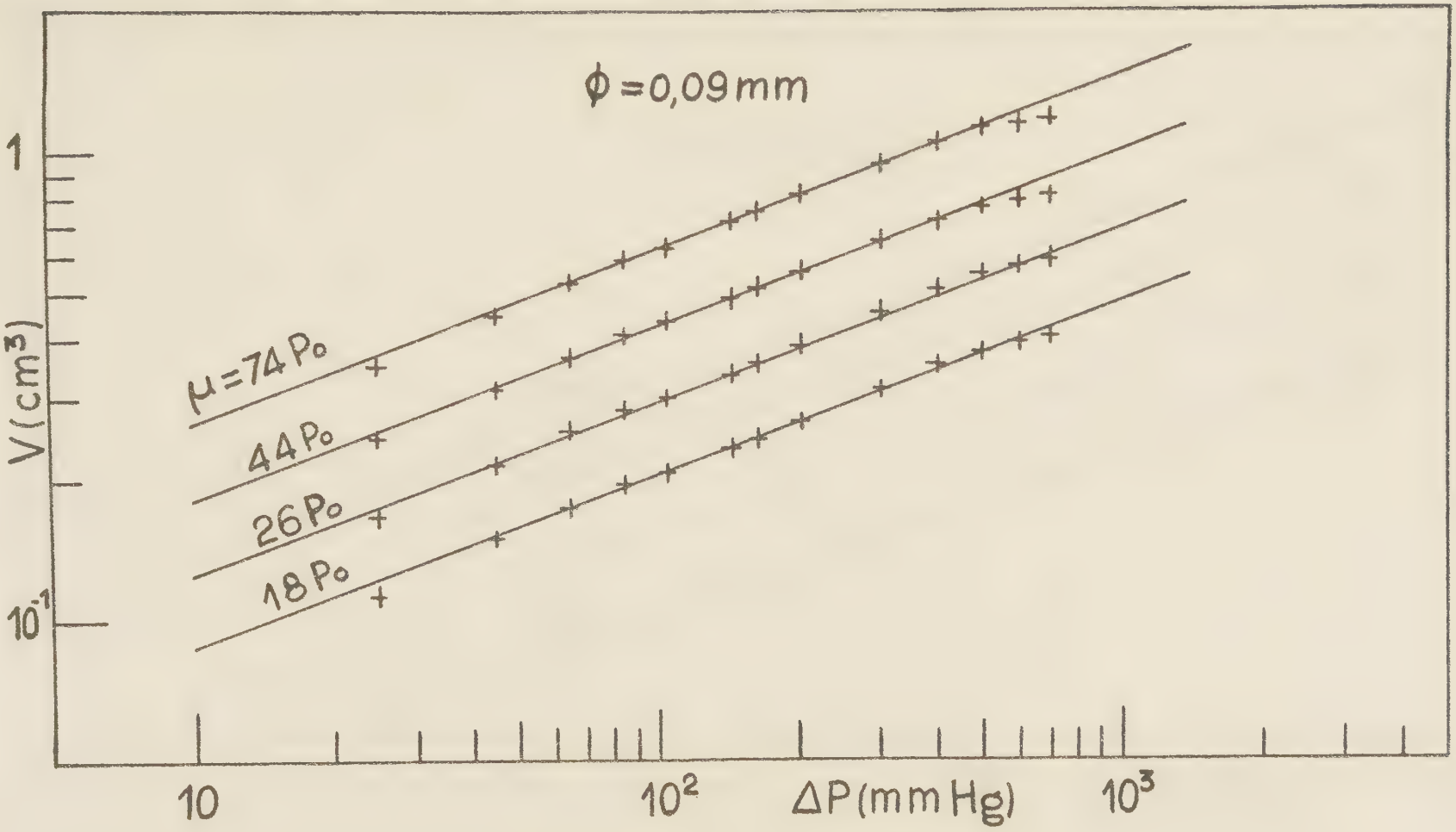



fig. 2_21

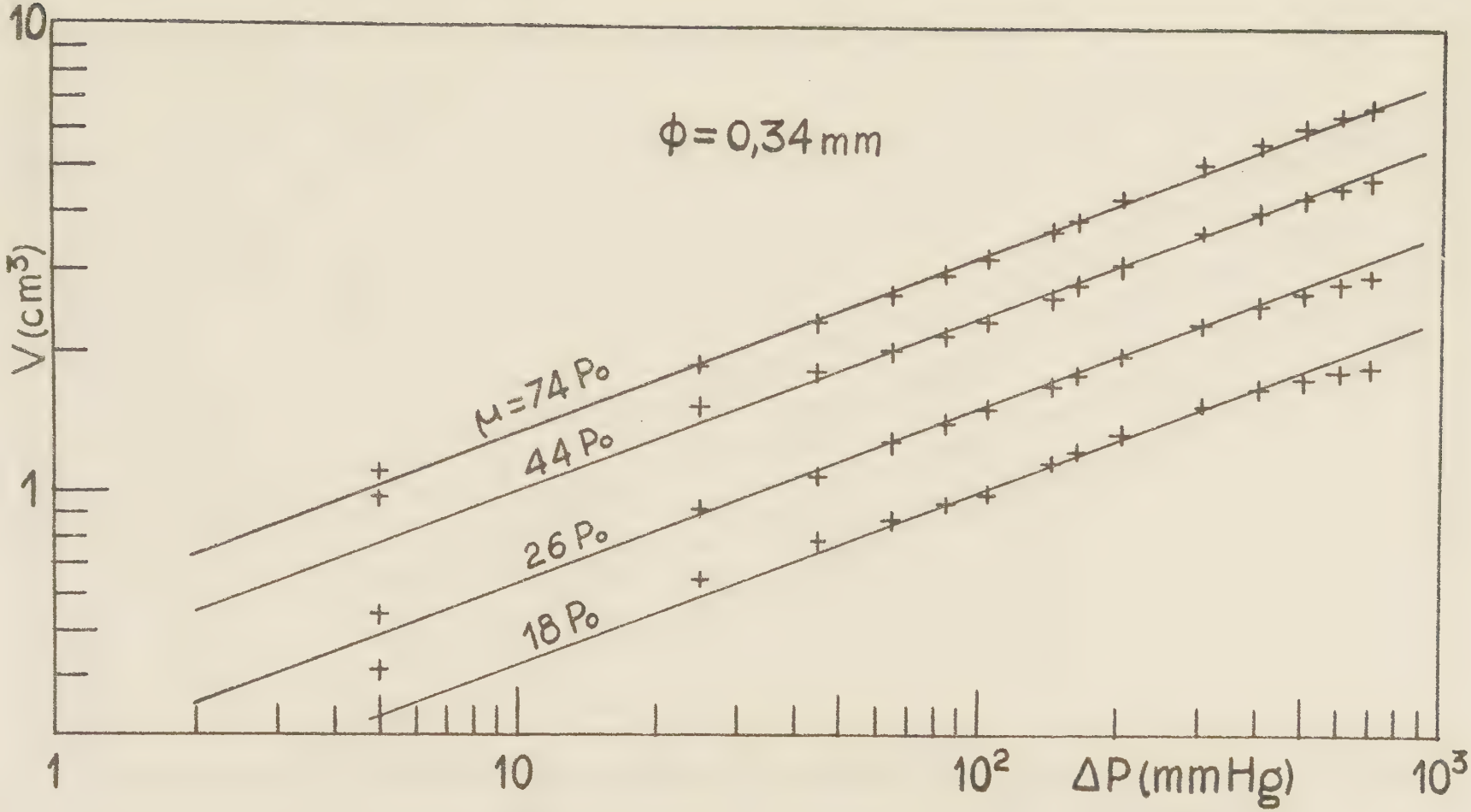



fig. 2_22

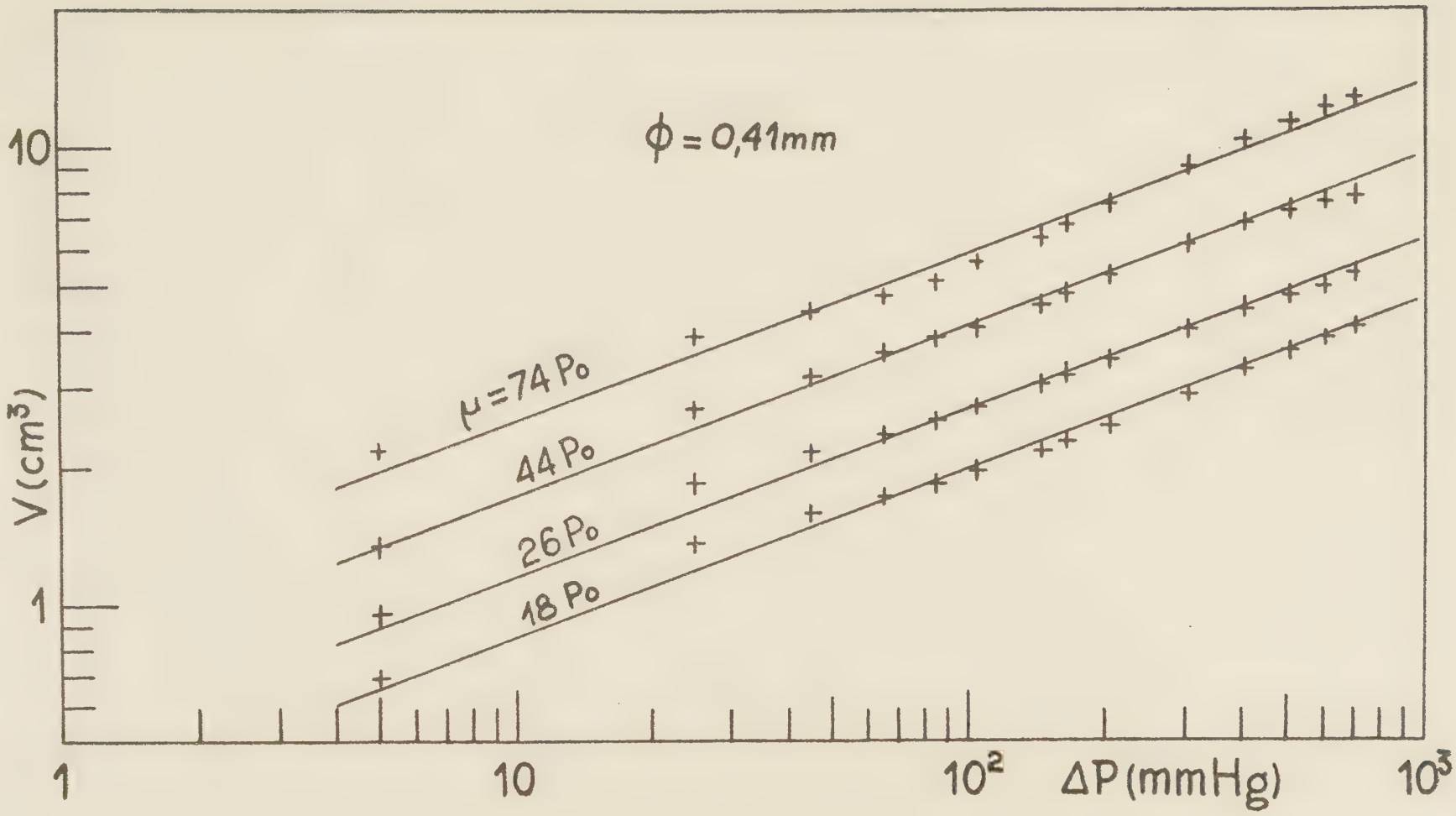



fig. 2_23

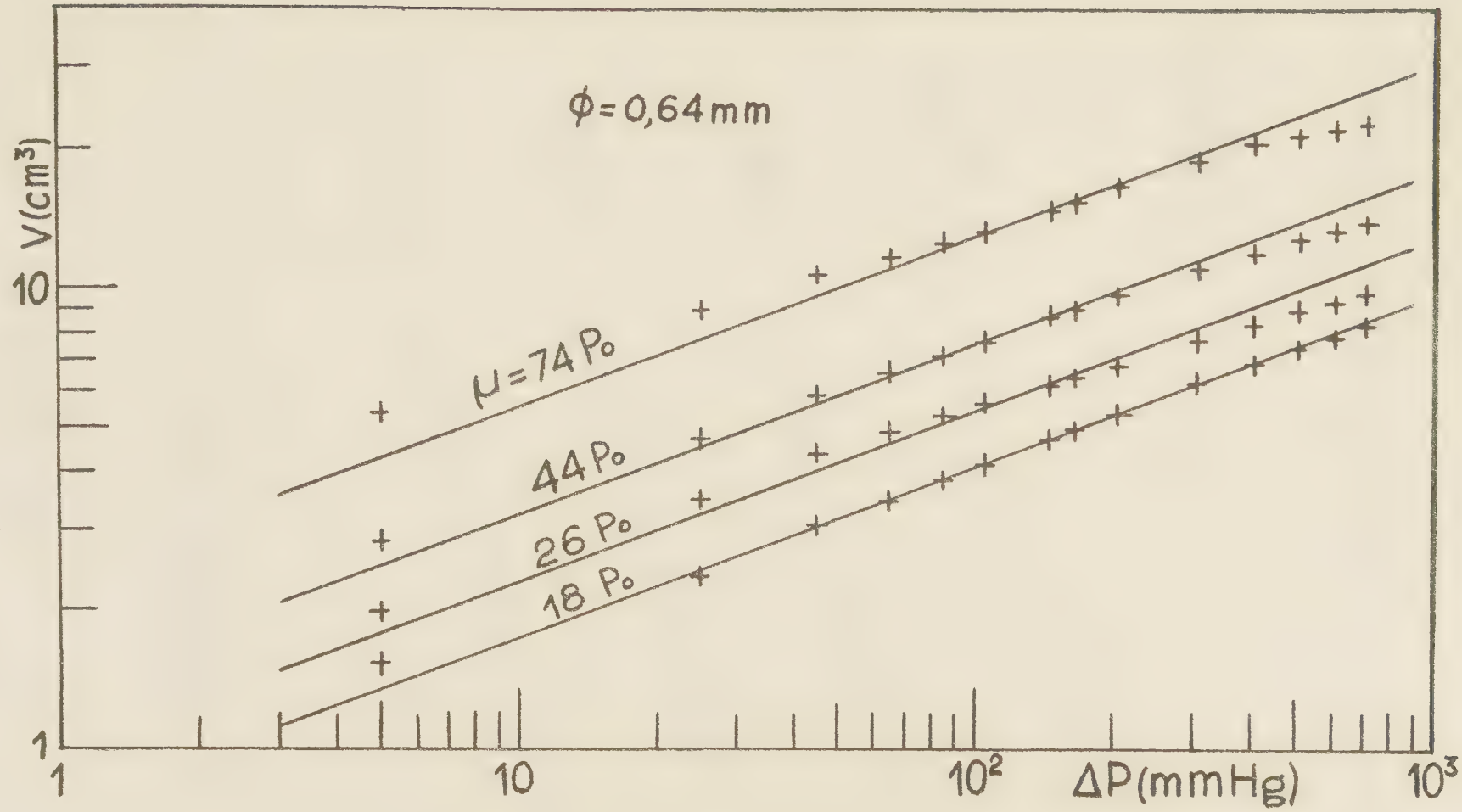



fig.2_24

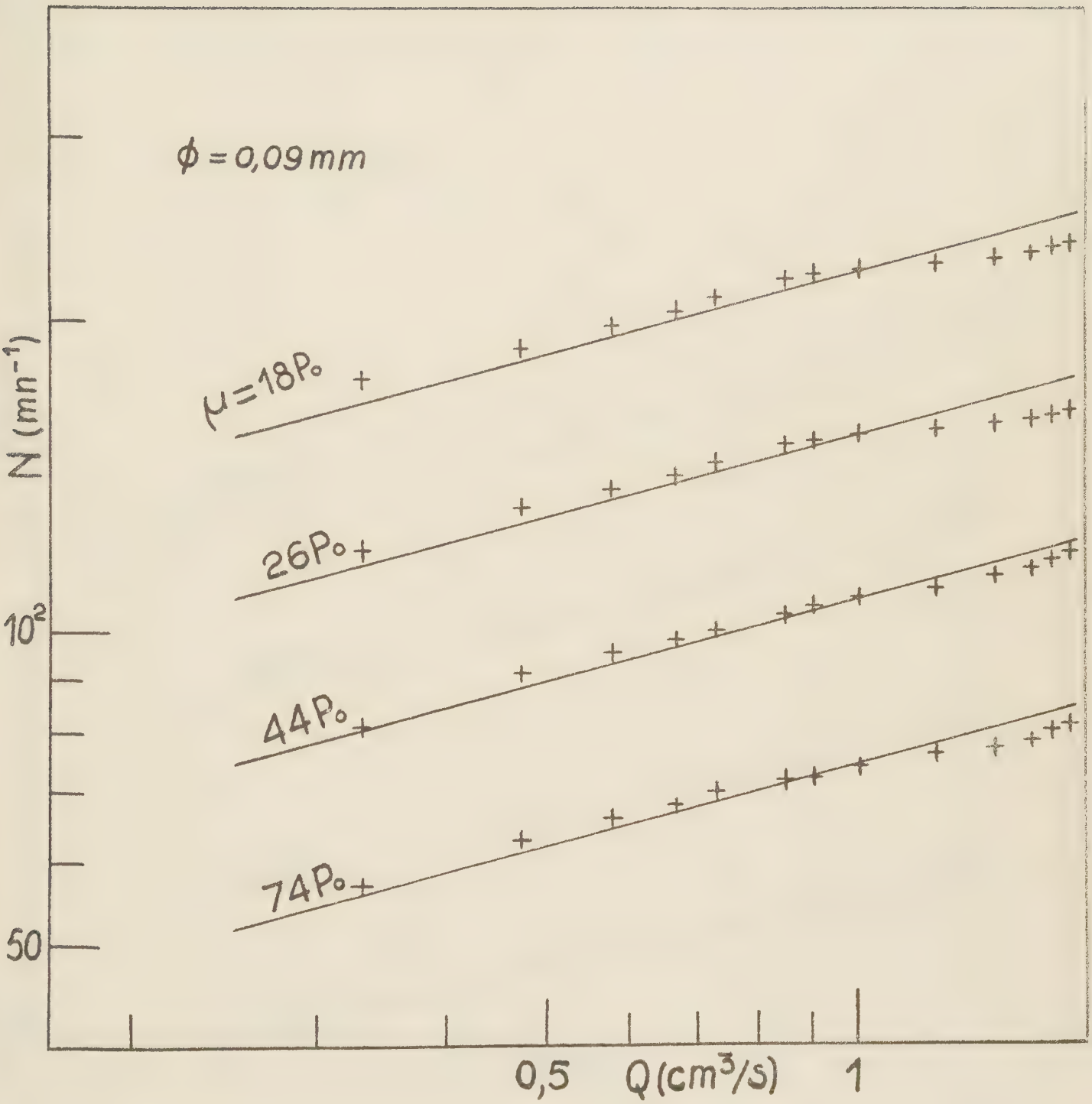



fig. 2_25

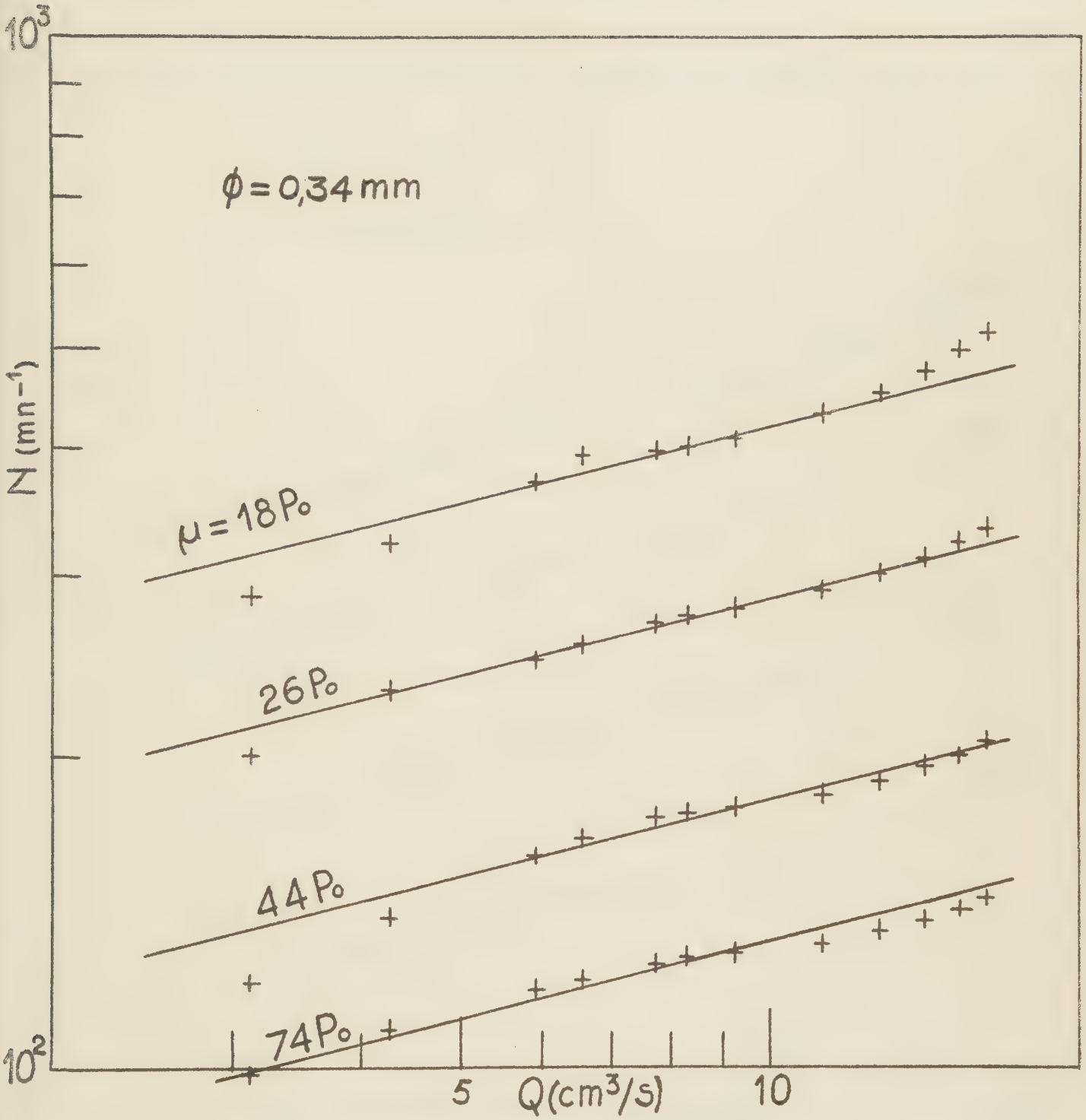



Fig. 2_26

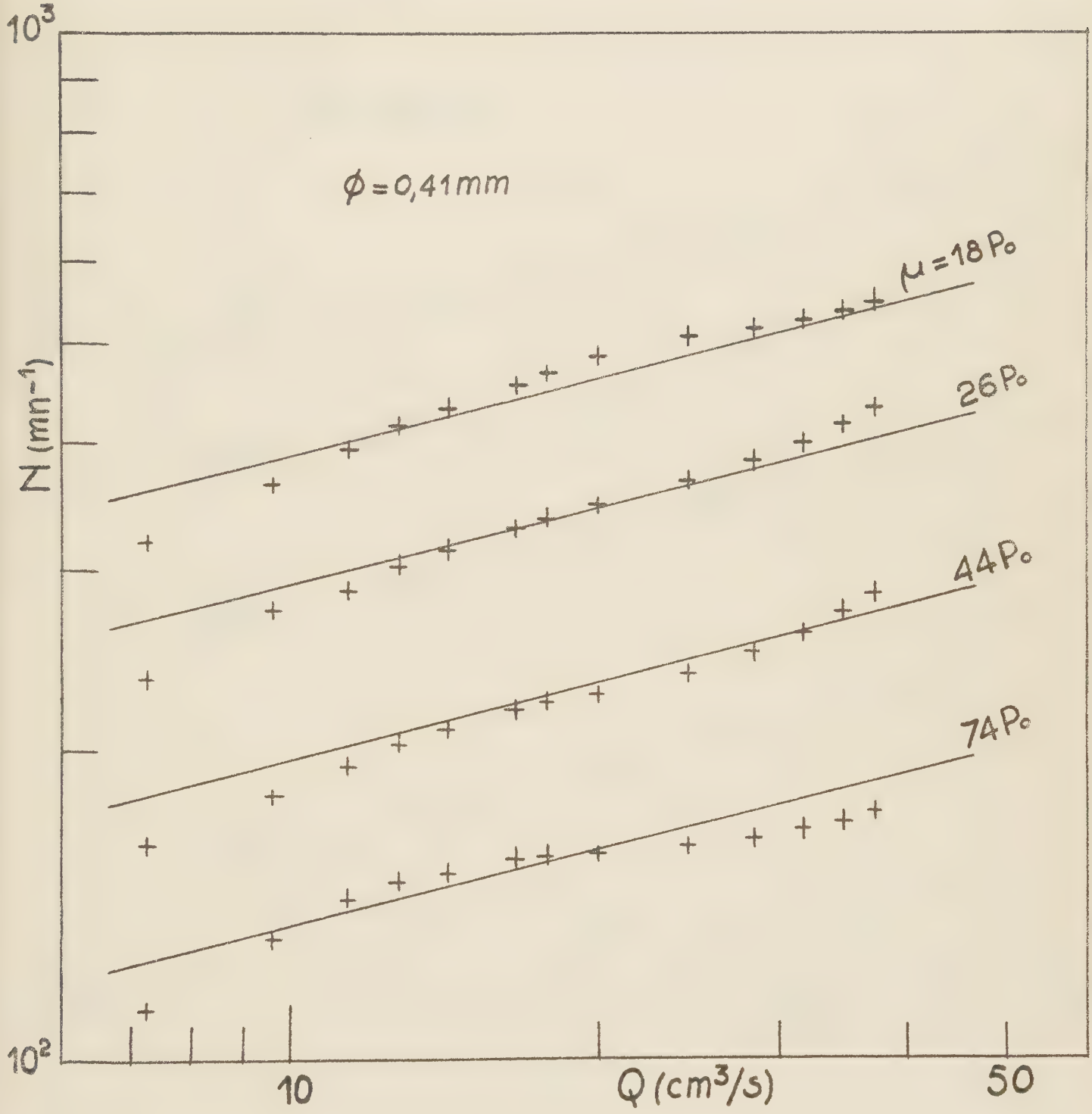



fig.2_27

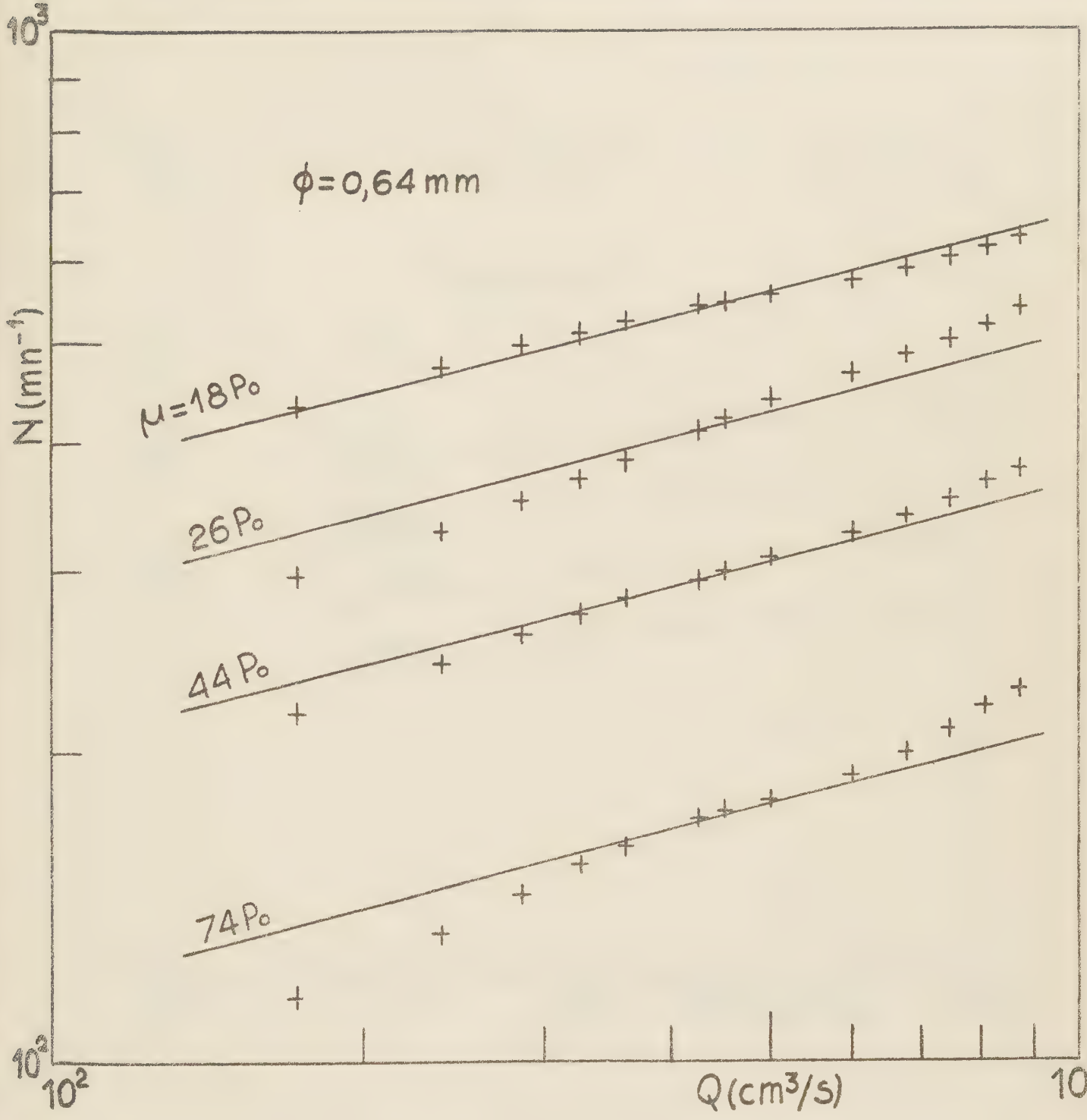



fig. 2_28

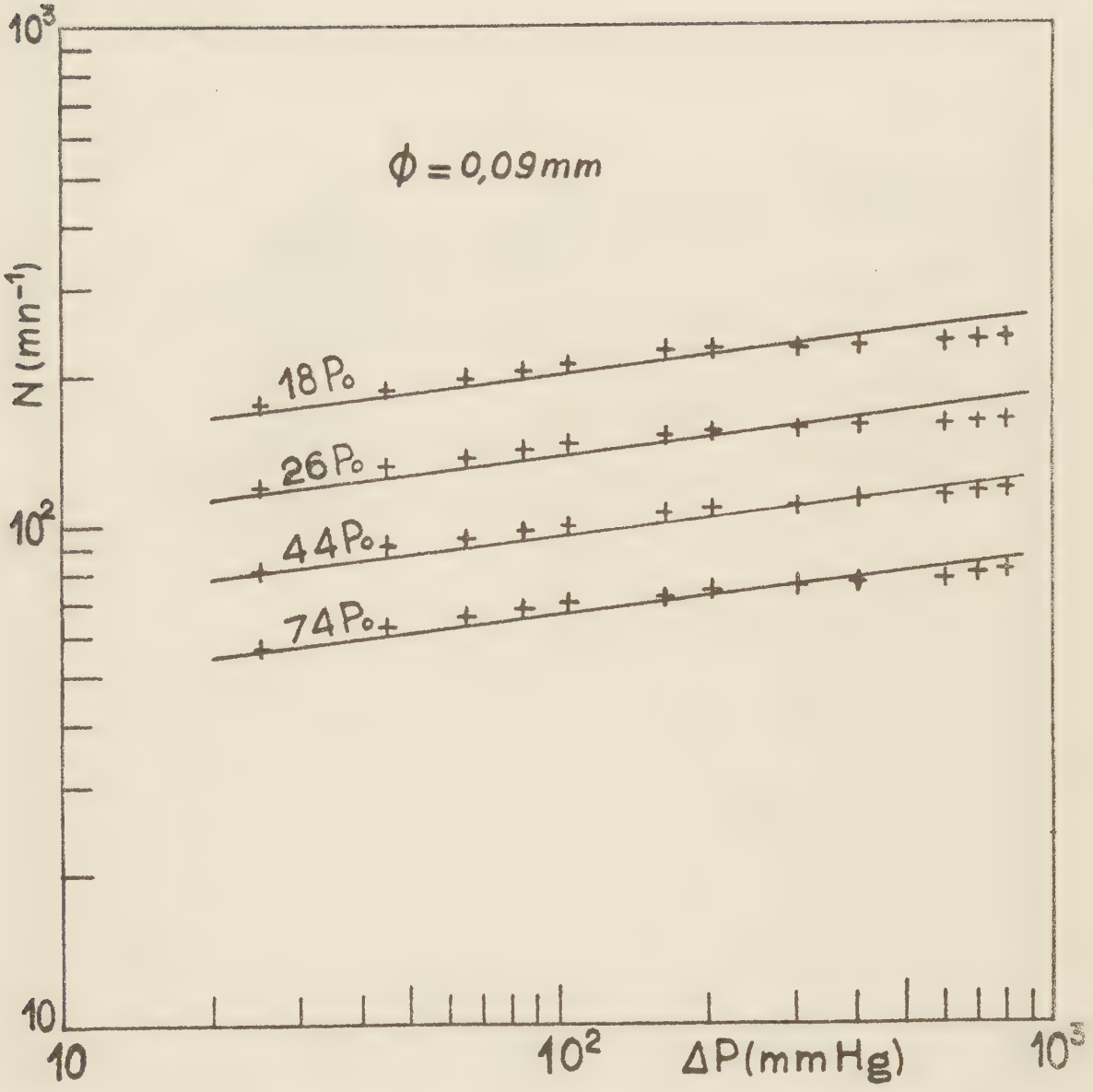

$10^3$
$\phi = 0{,}09mm$
N ($mn^{-1}$)
18 Po
26 Po
44 Po
74 Po
$10^2$
10
10
$10^2$
ΔP(mmHg)
$10^3$

fig. 2_29

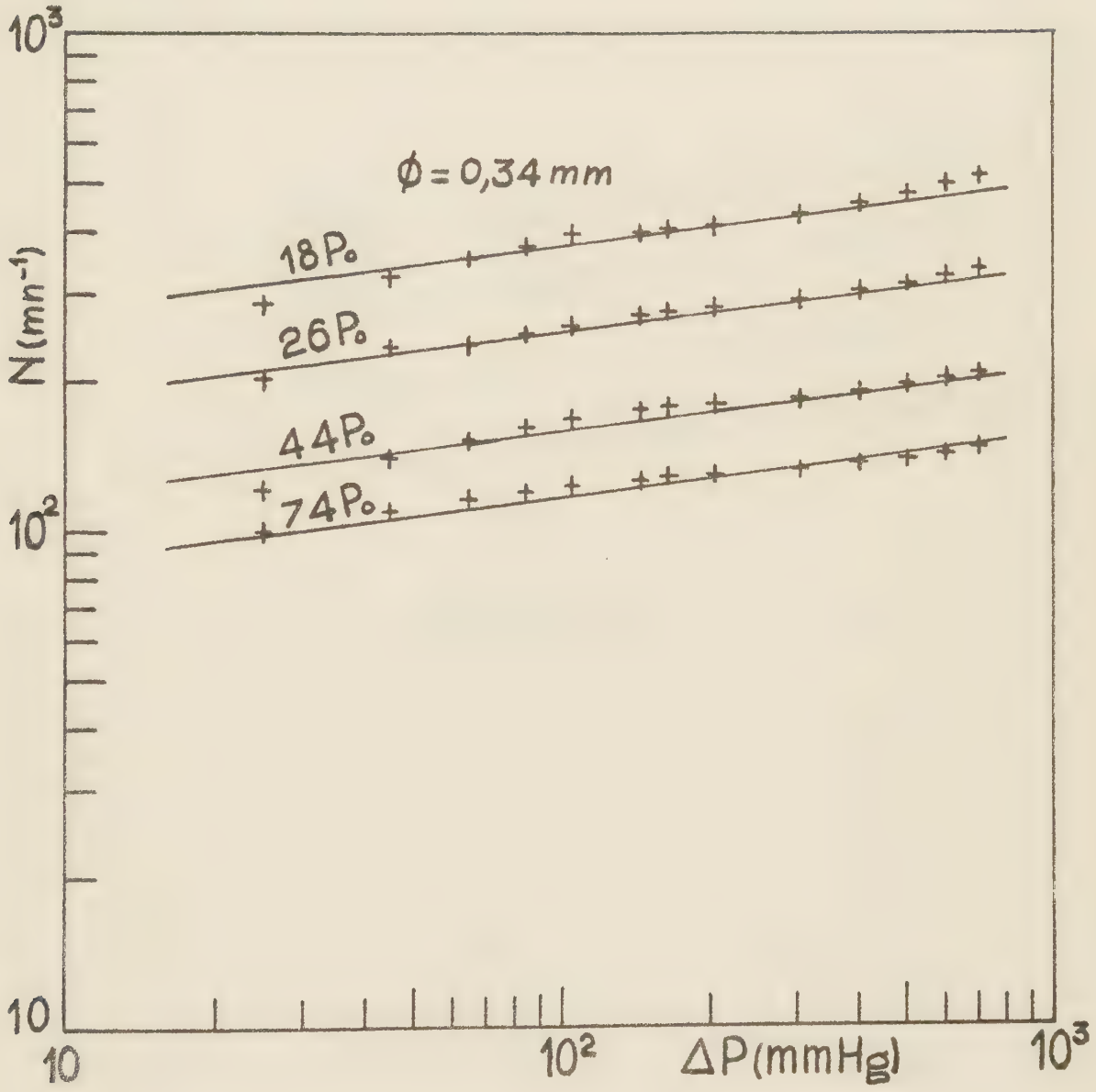

$10^3$
$10^2$
10
N (mn$^{-1}$)
$\phi$ = 0,34 mm
18 P$_o$
26 P$_o$
44 P$_o$
74 P$_o$
10
$10^2$
$10^3$
$\Delta$P (mmHg)

fig. 2_30

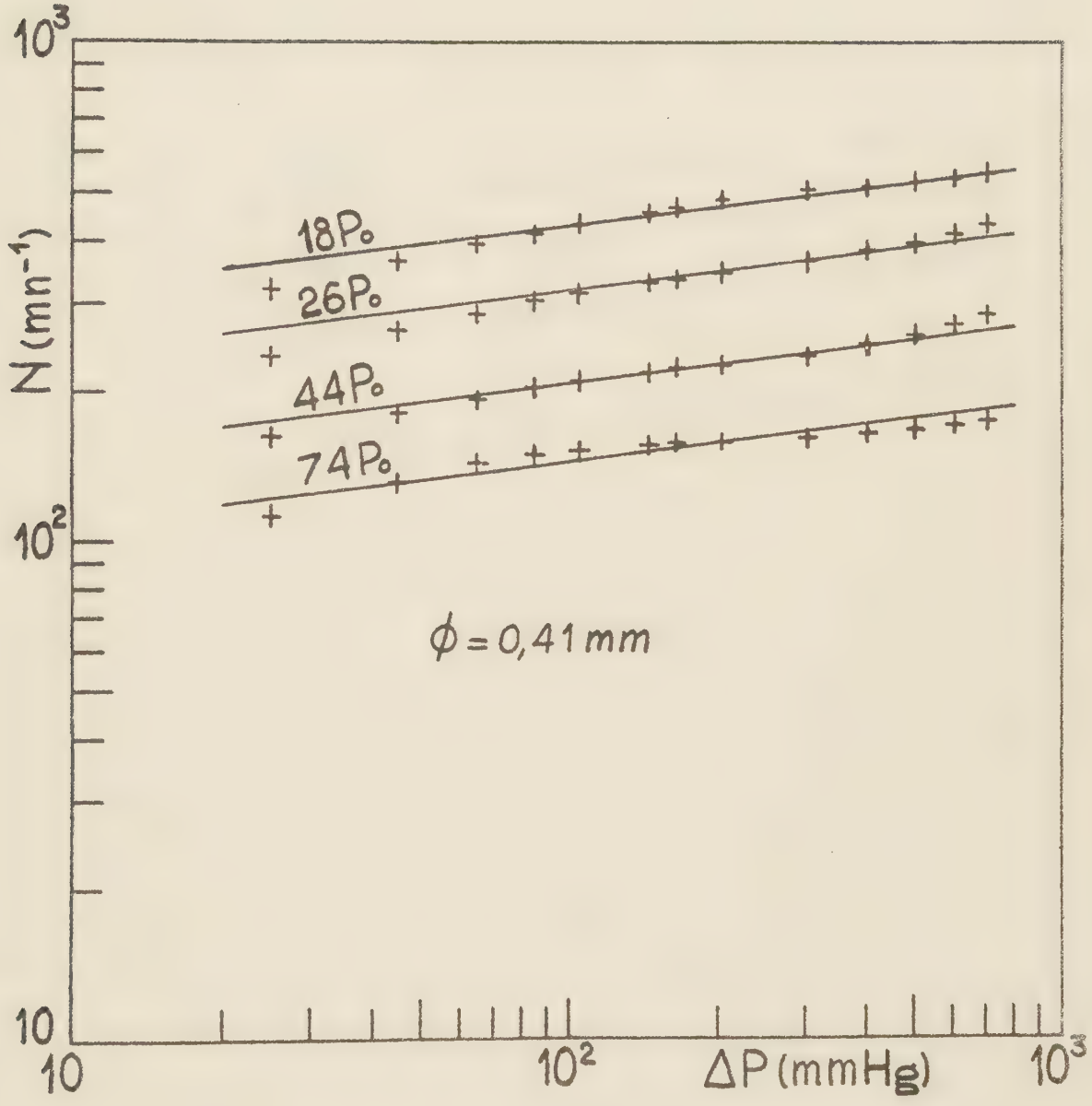

$10^3$
$10^2$
10
N (mn$^{-1}$)
18P₀
26P₀
44P₀
74P₀
$\phi = 0{,}41$ mm
10
$10^2$
$10^3$
ΔP (mmHg)

fig. 2_31

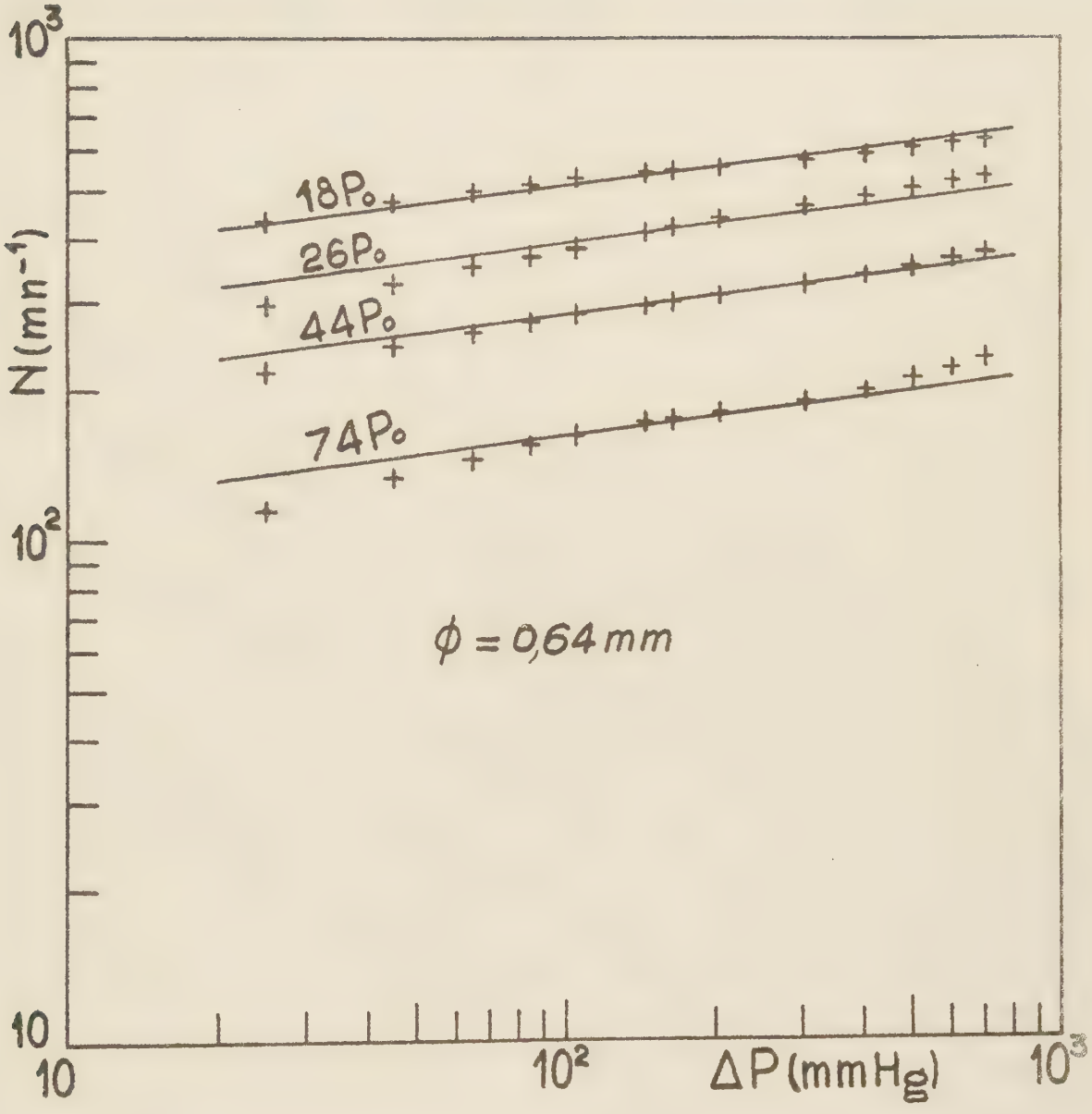



fig. 2_32

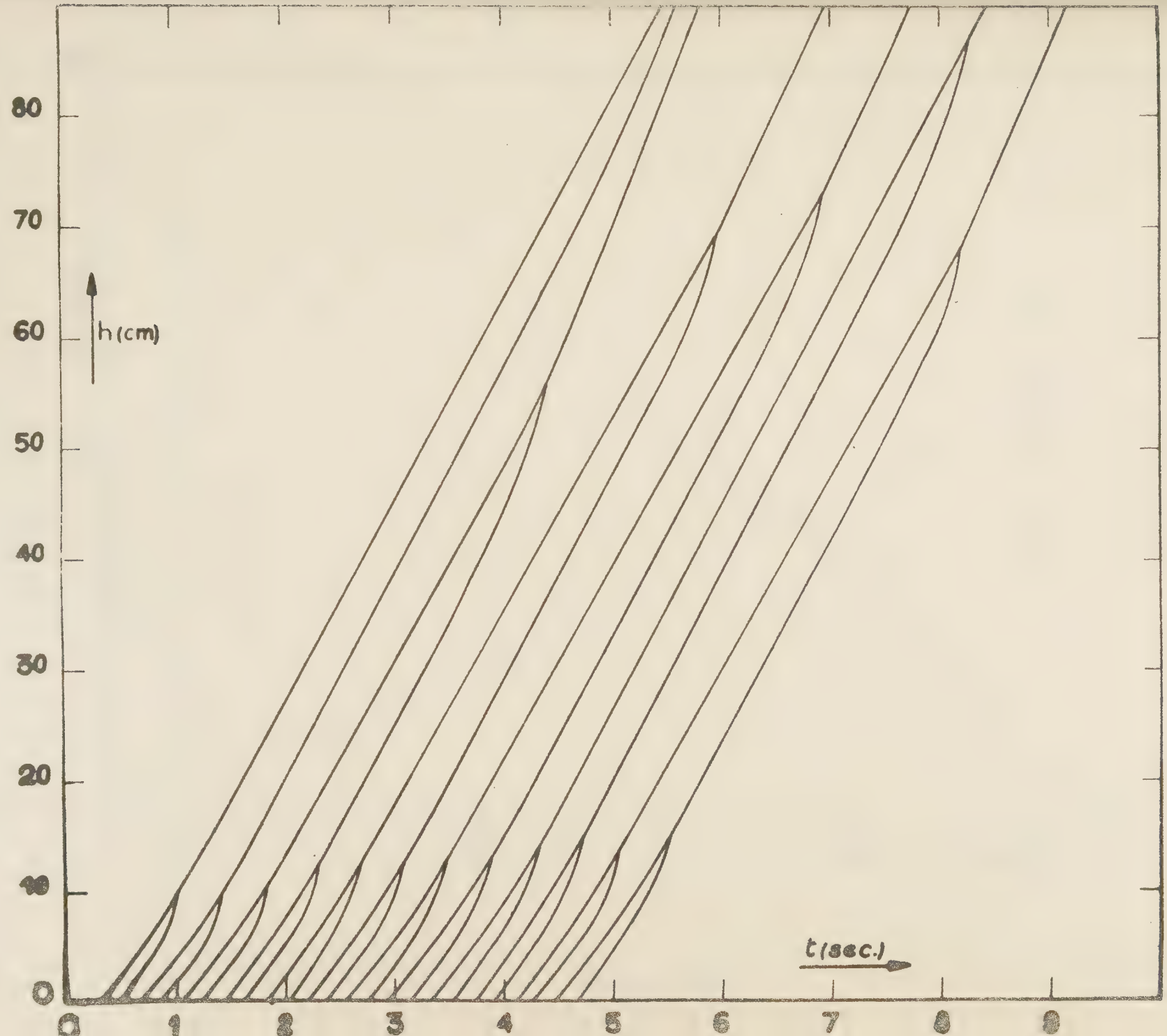



Fig.3_1

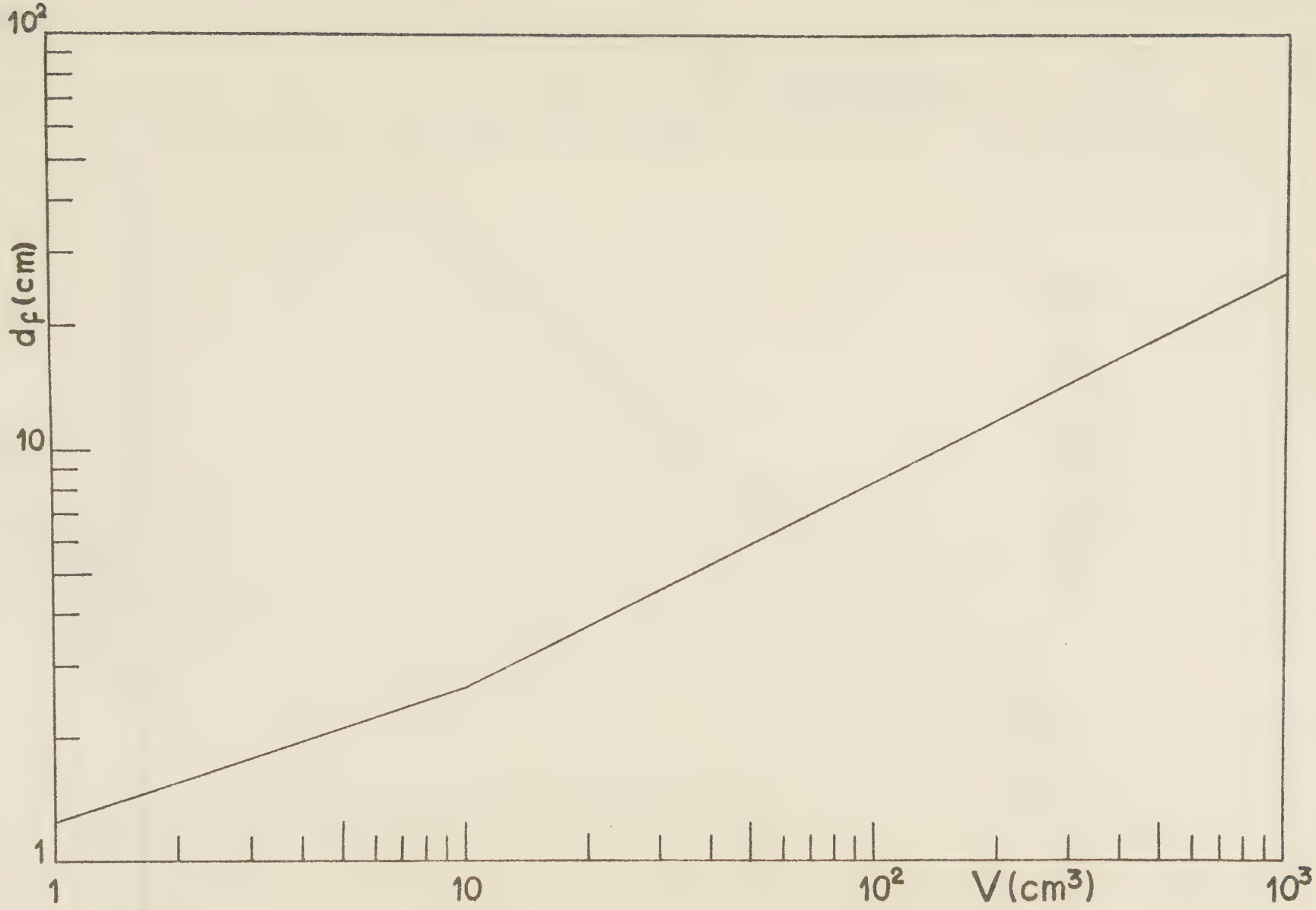



Fig.3_2

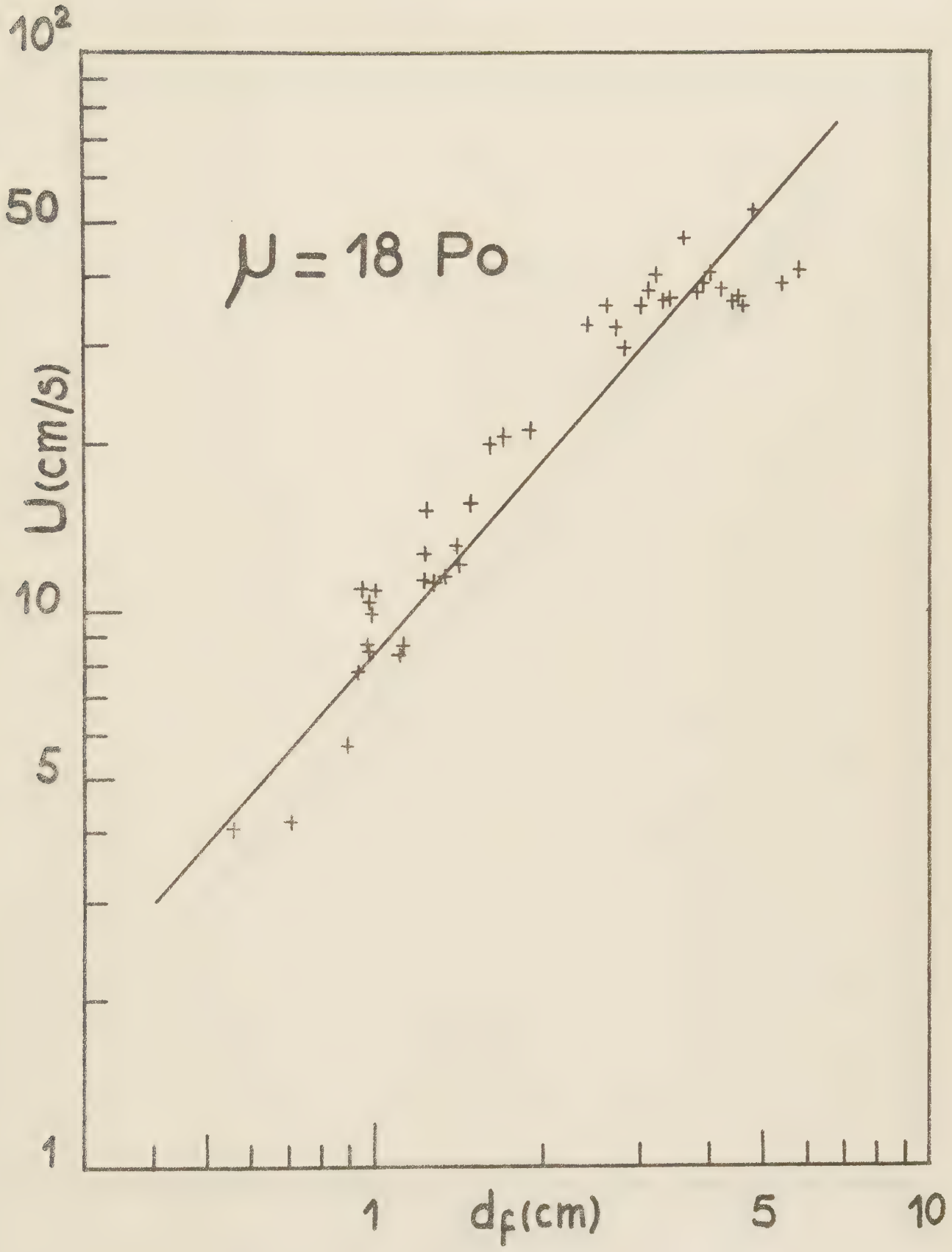



Fig. 3_3

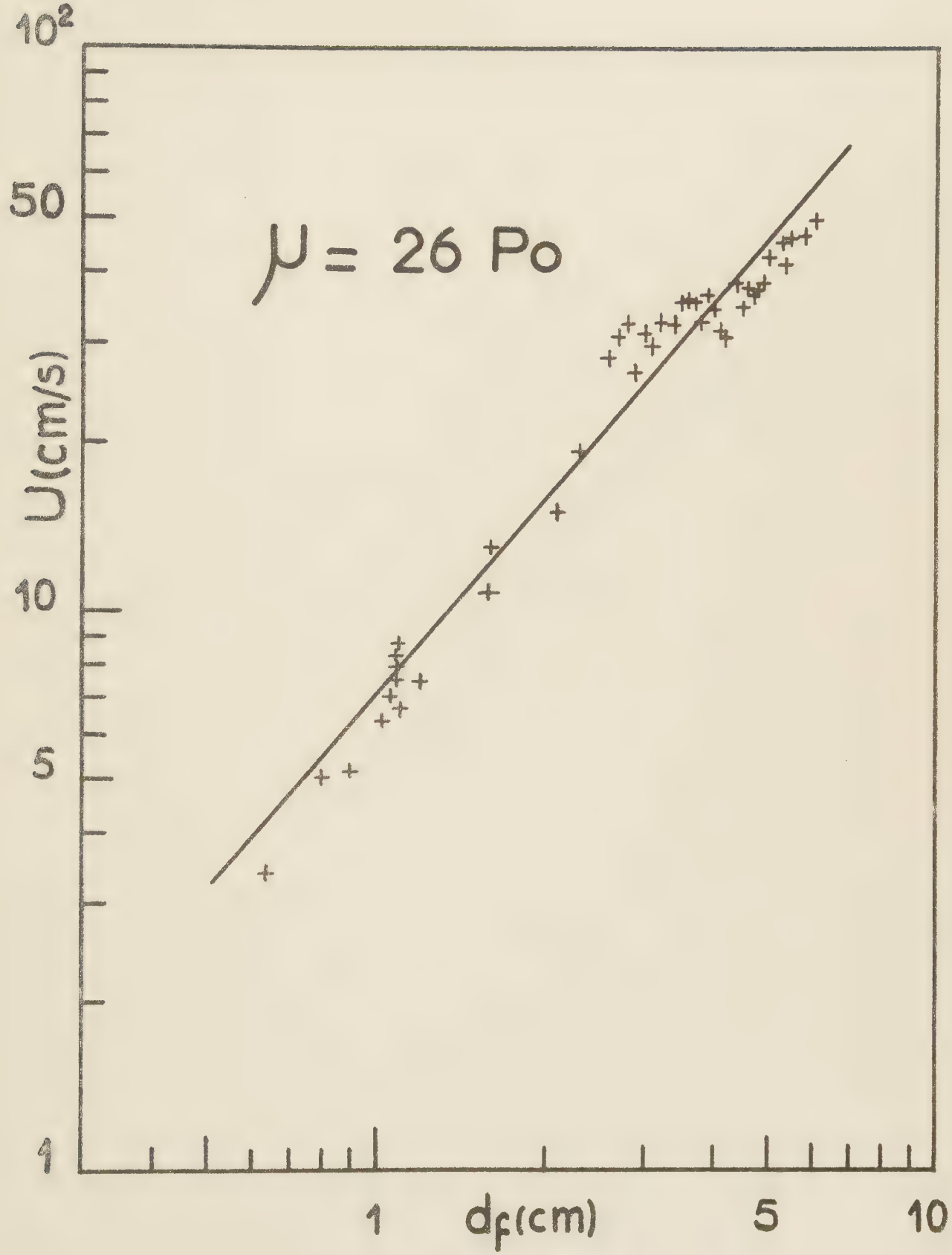



fig.3_4

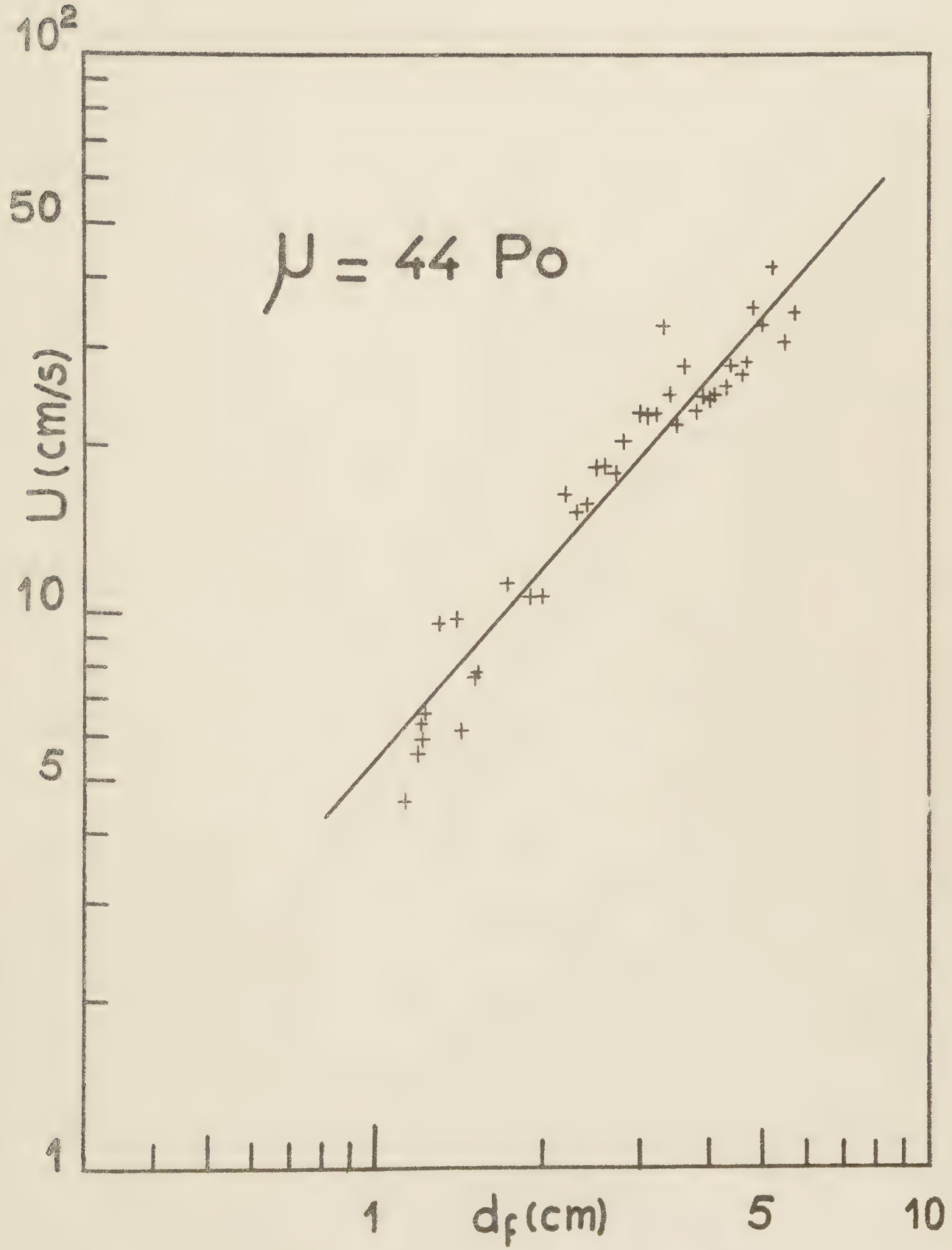



fig. 3_5

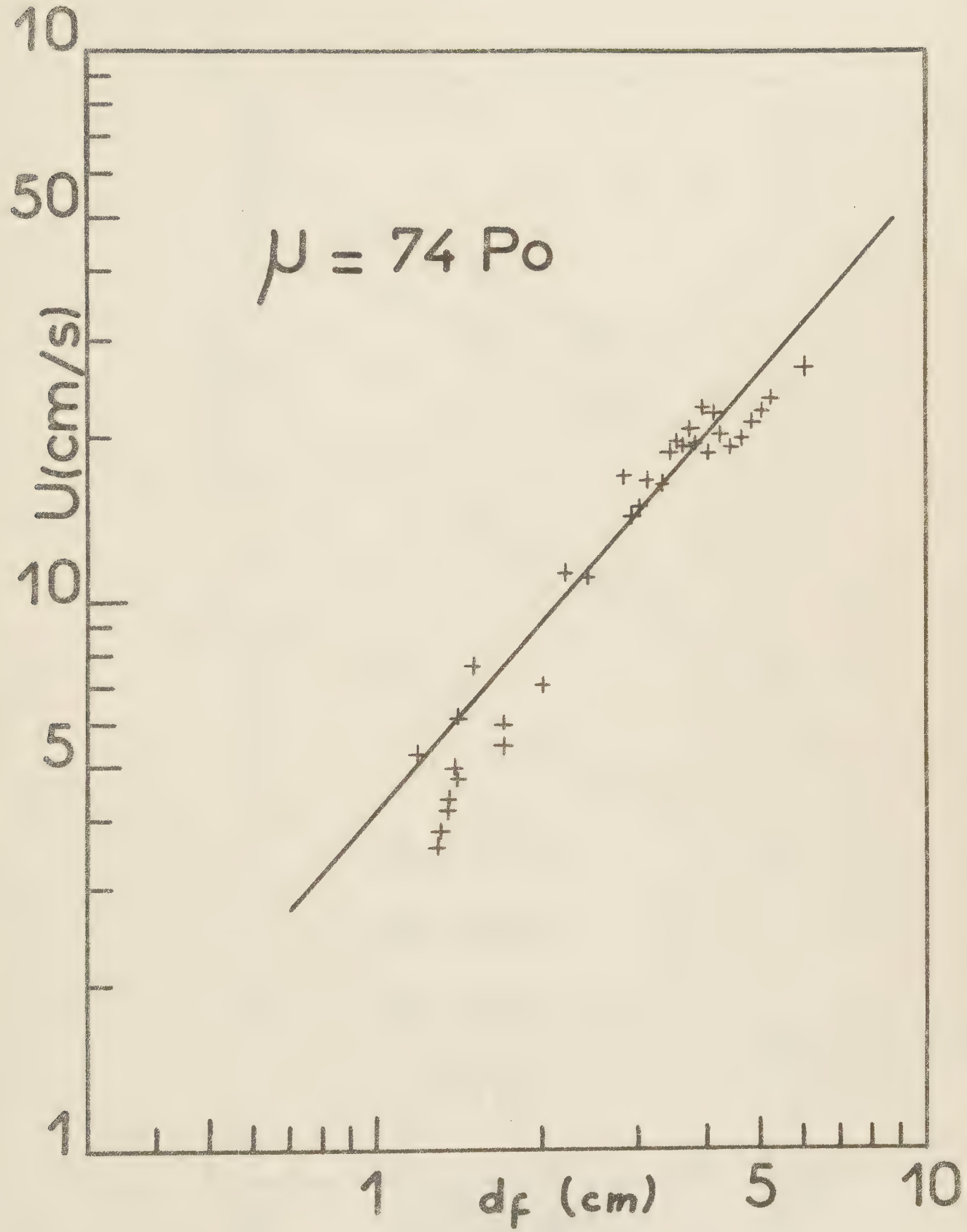



fig. 3_6

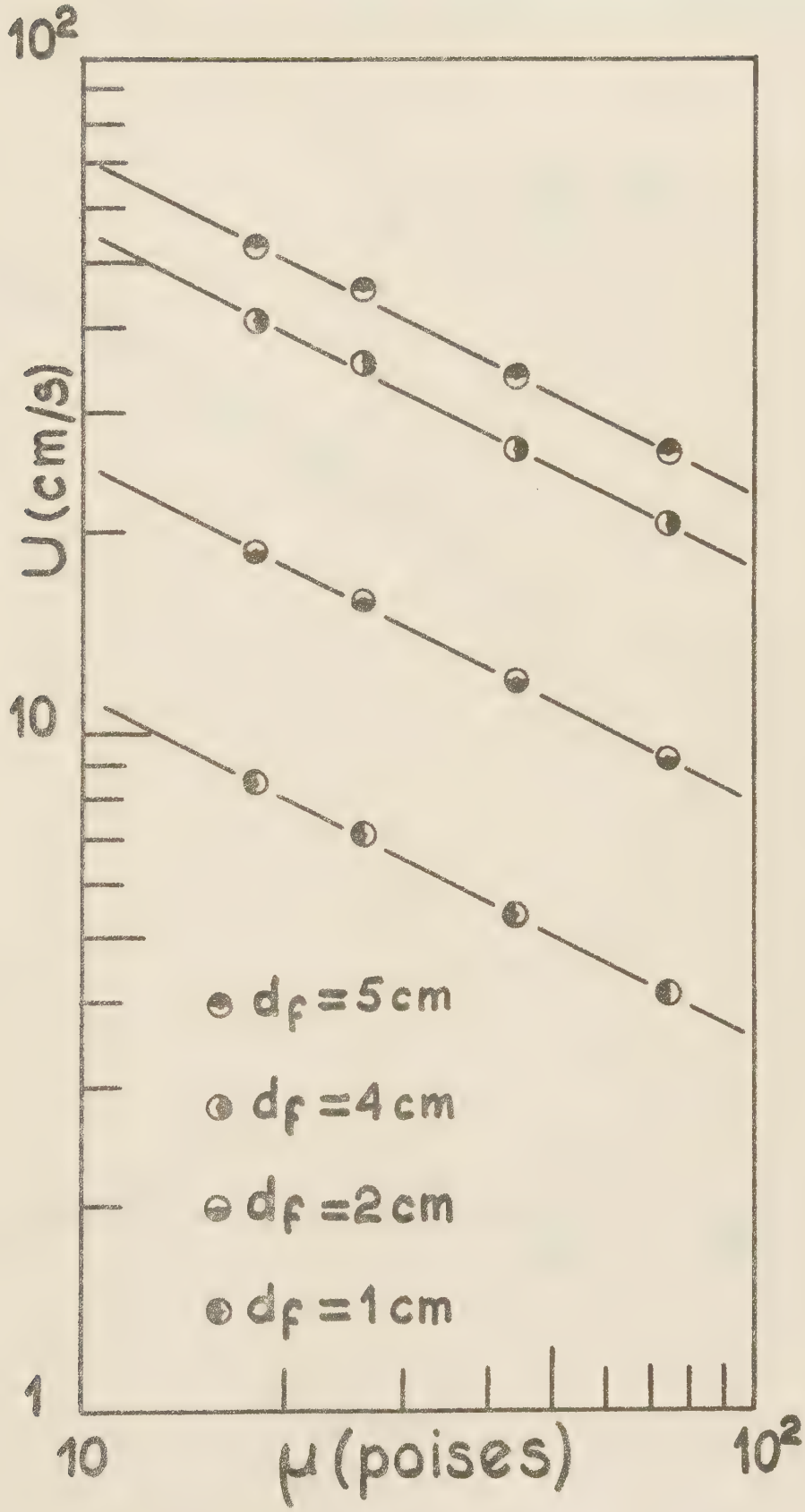



fig.3_7

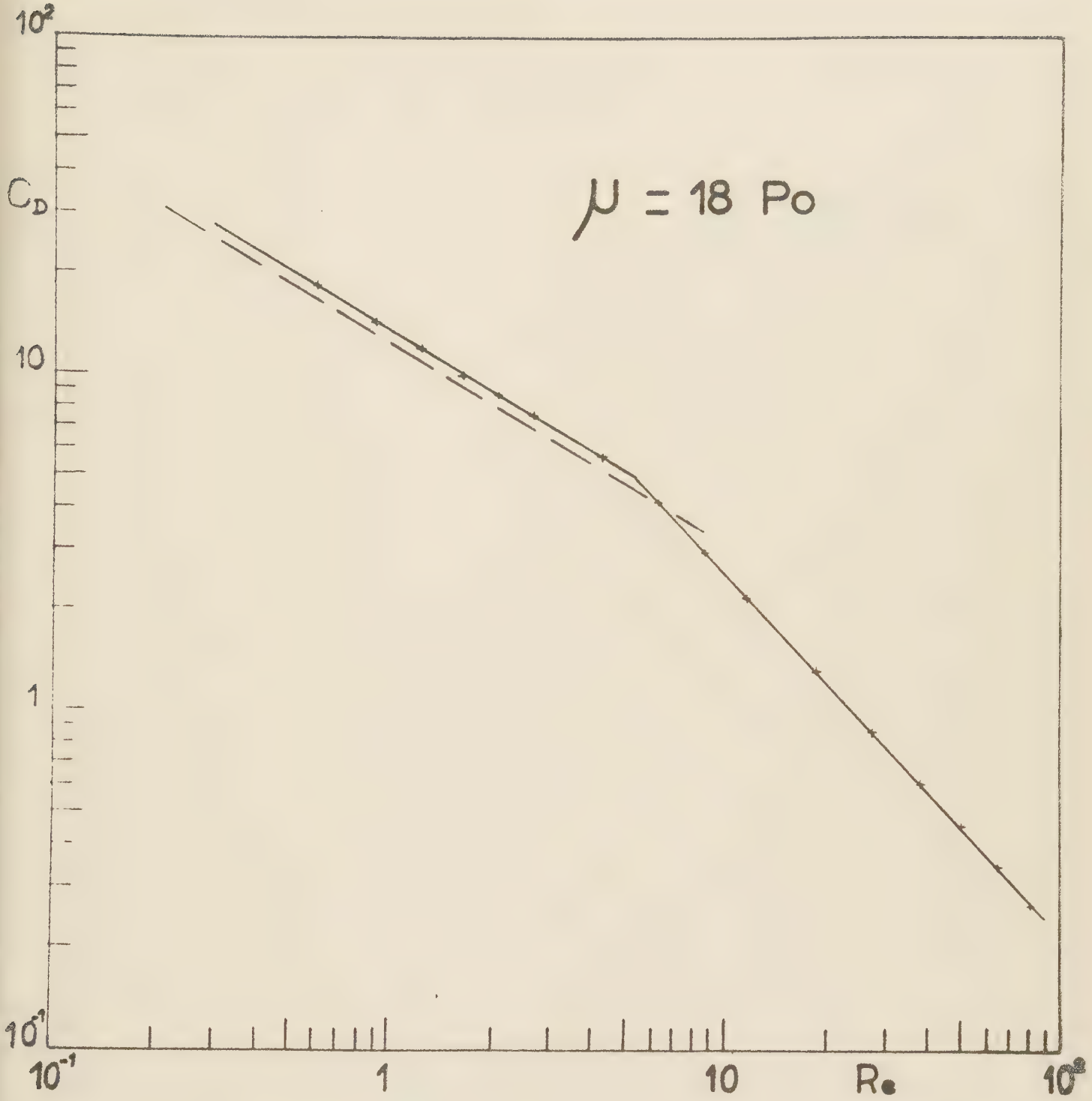



fig. 3_8

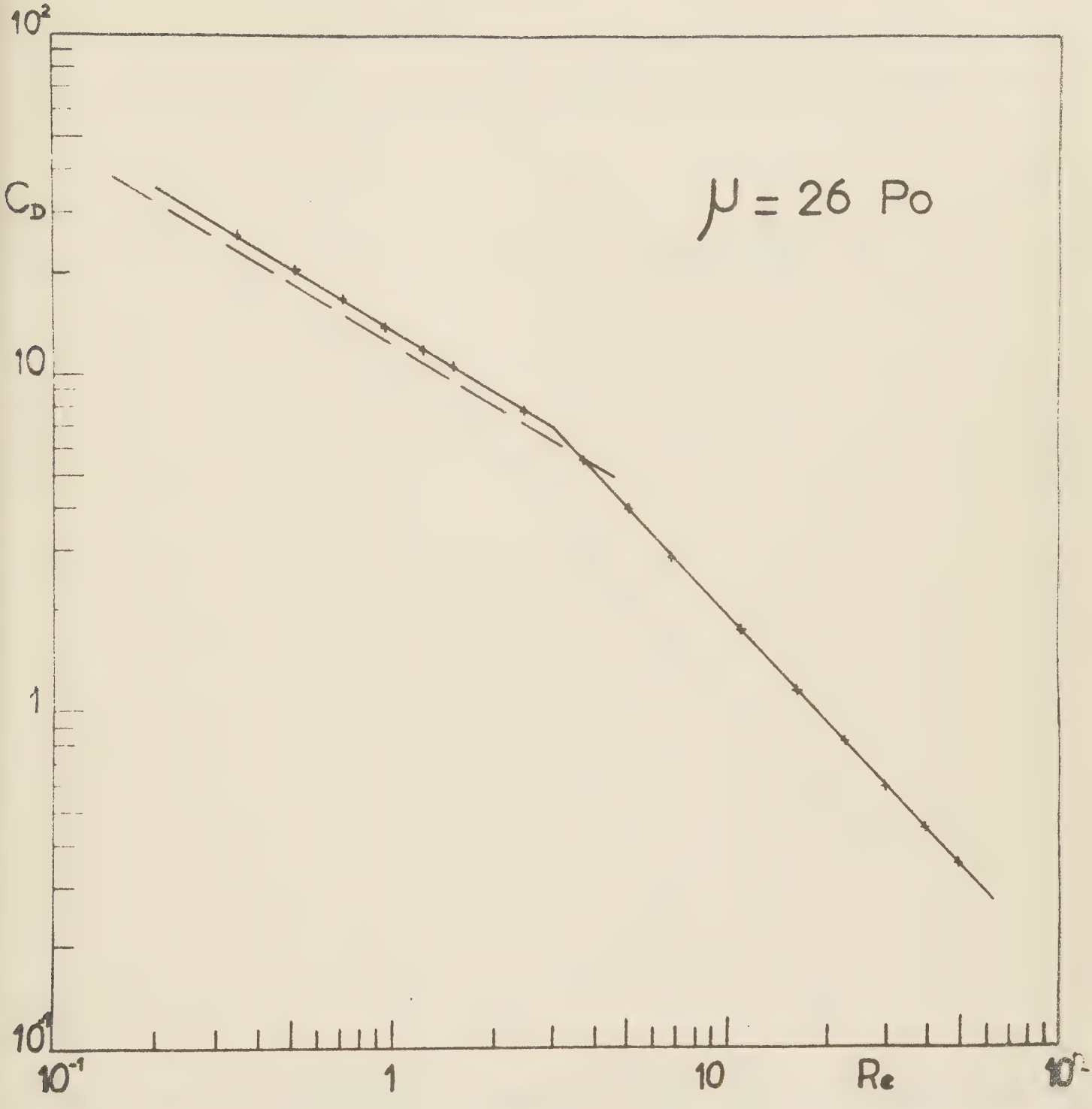



fig. 3_9

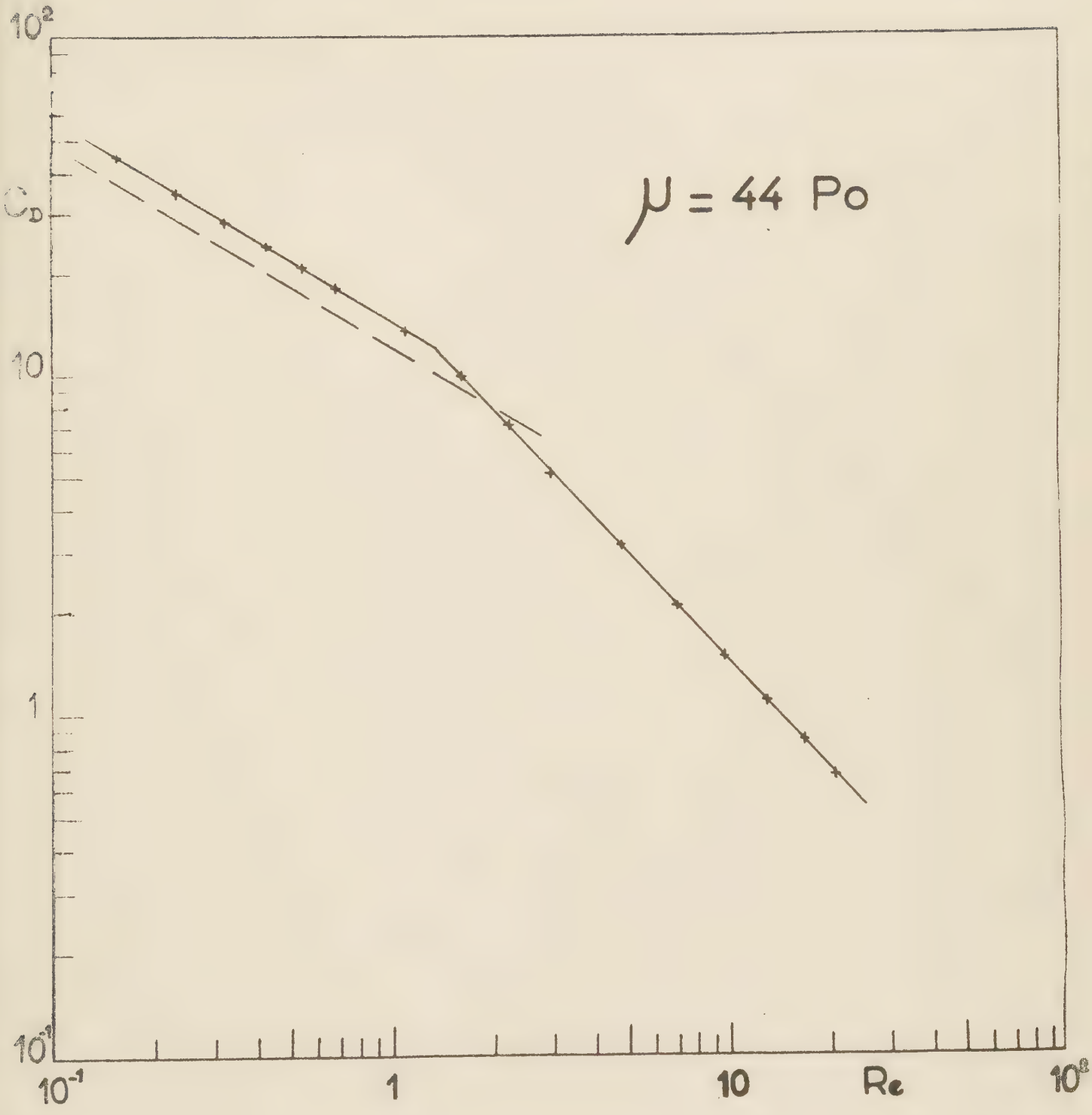



fig. 3_10

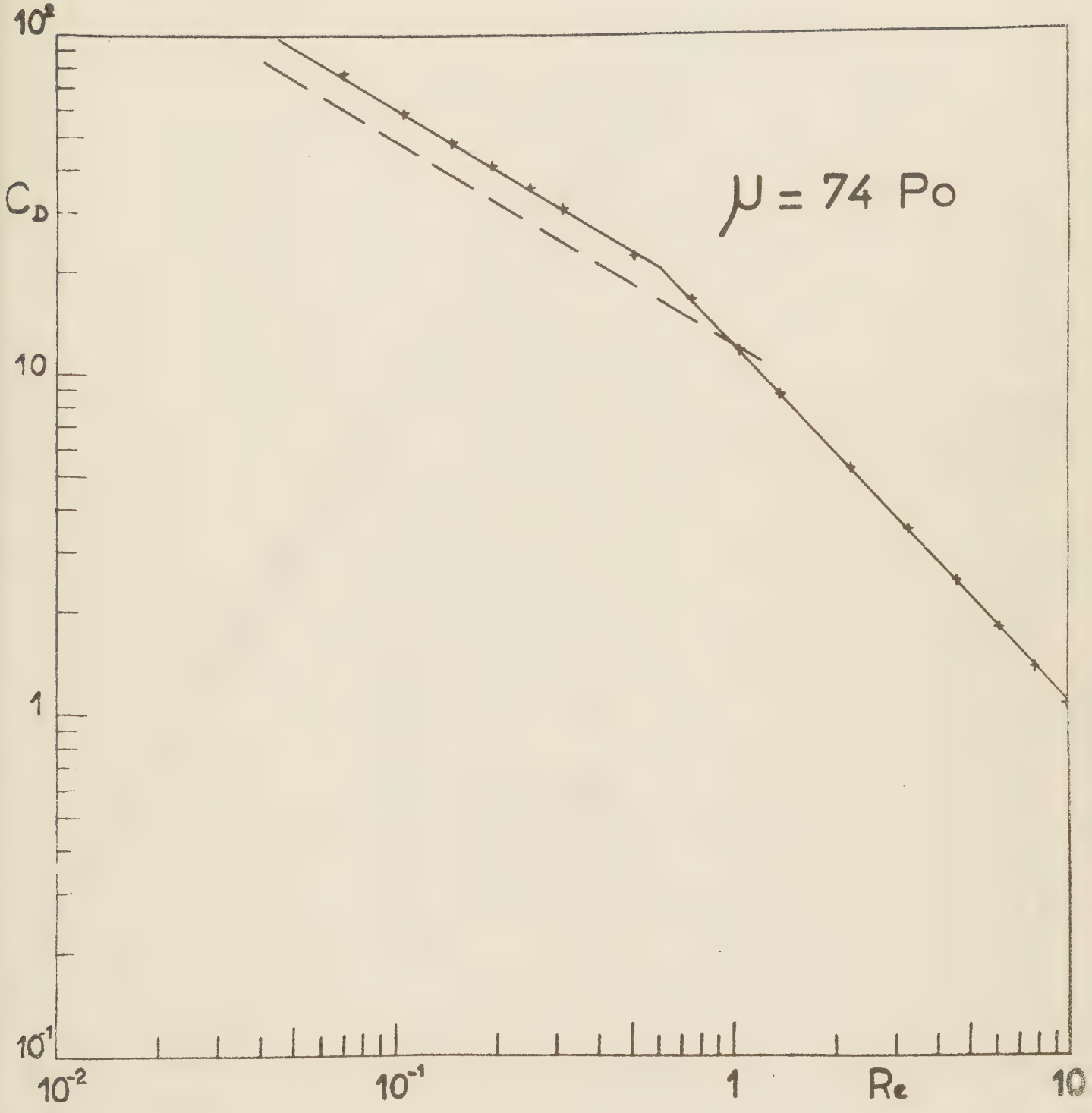



fig. 3_11

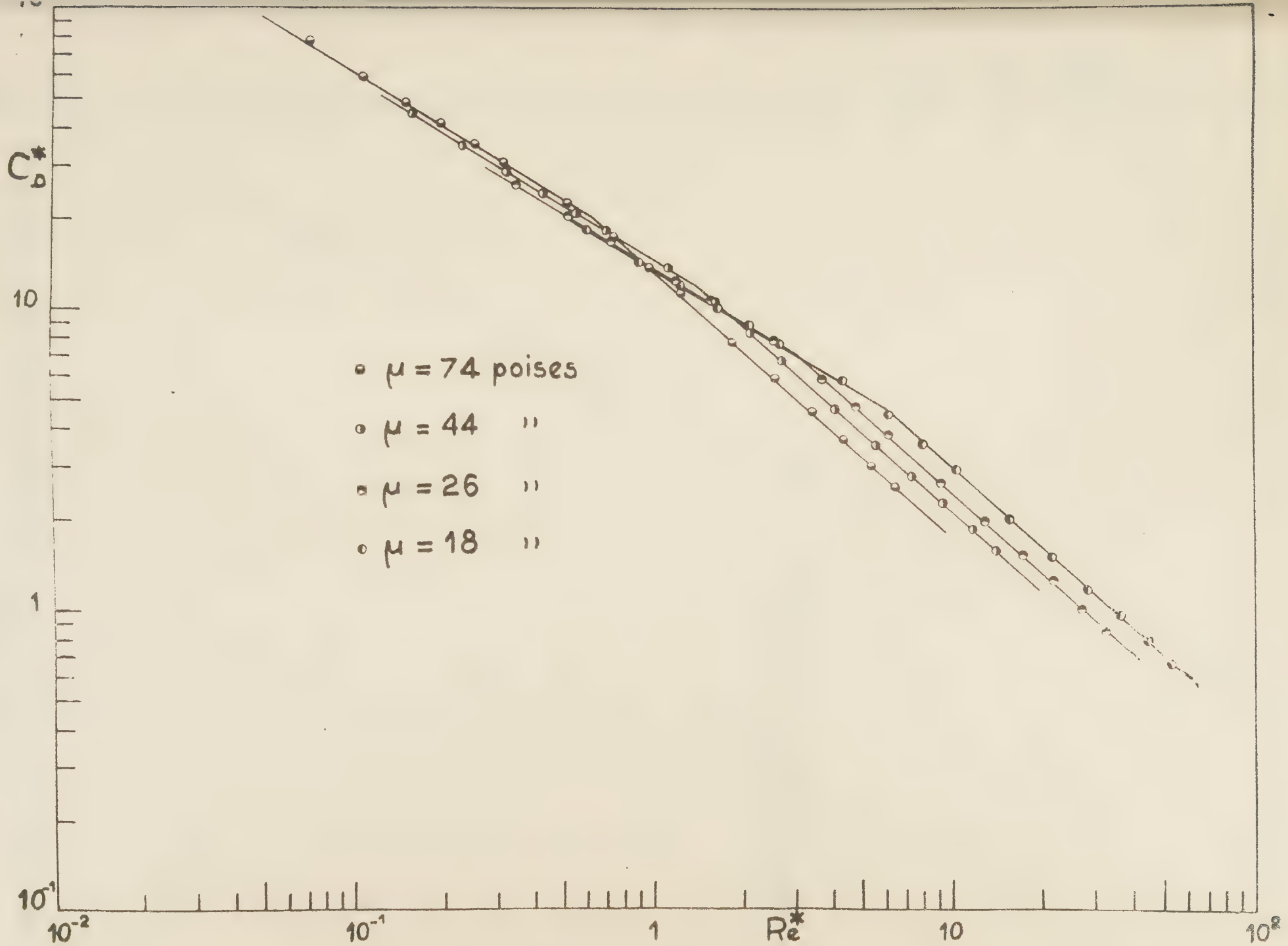



fig. 3_12

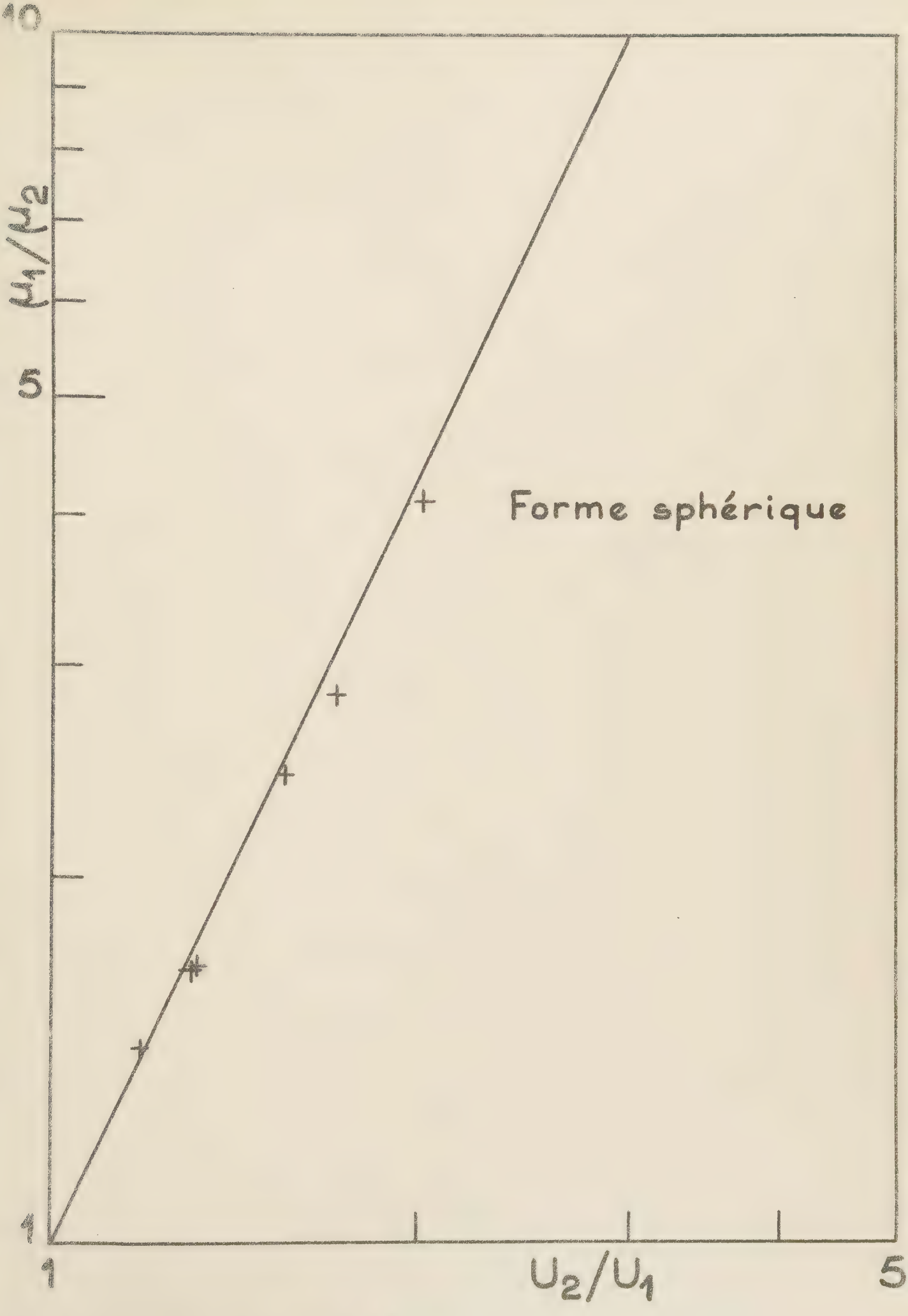



fig. 3_13

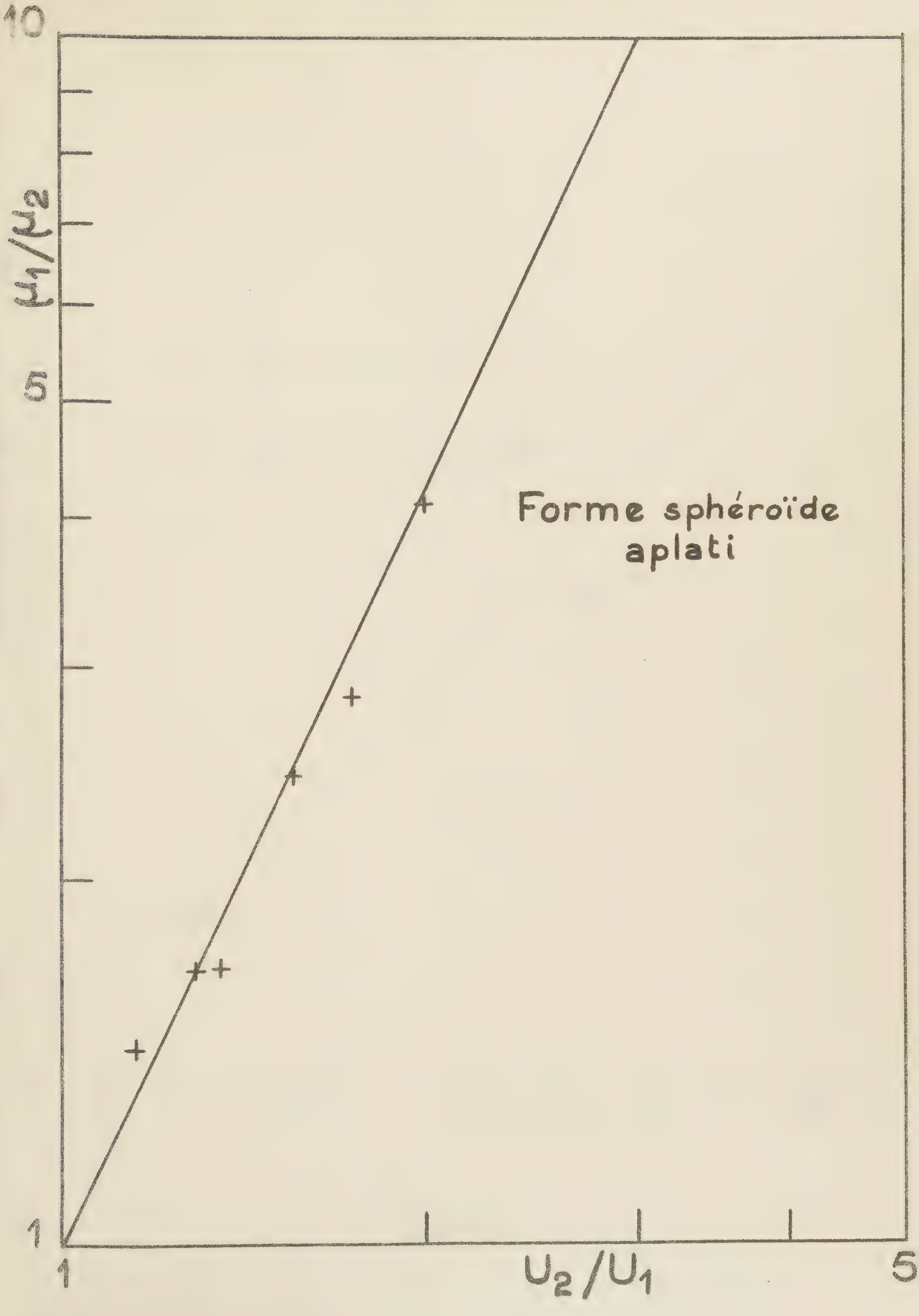



fig.3_14

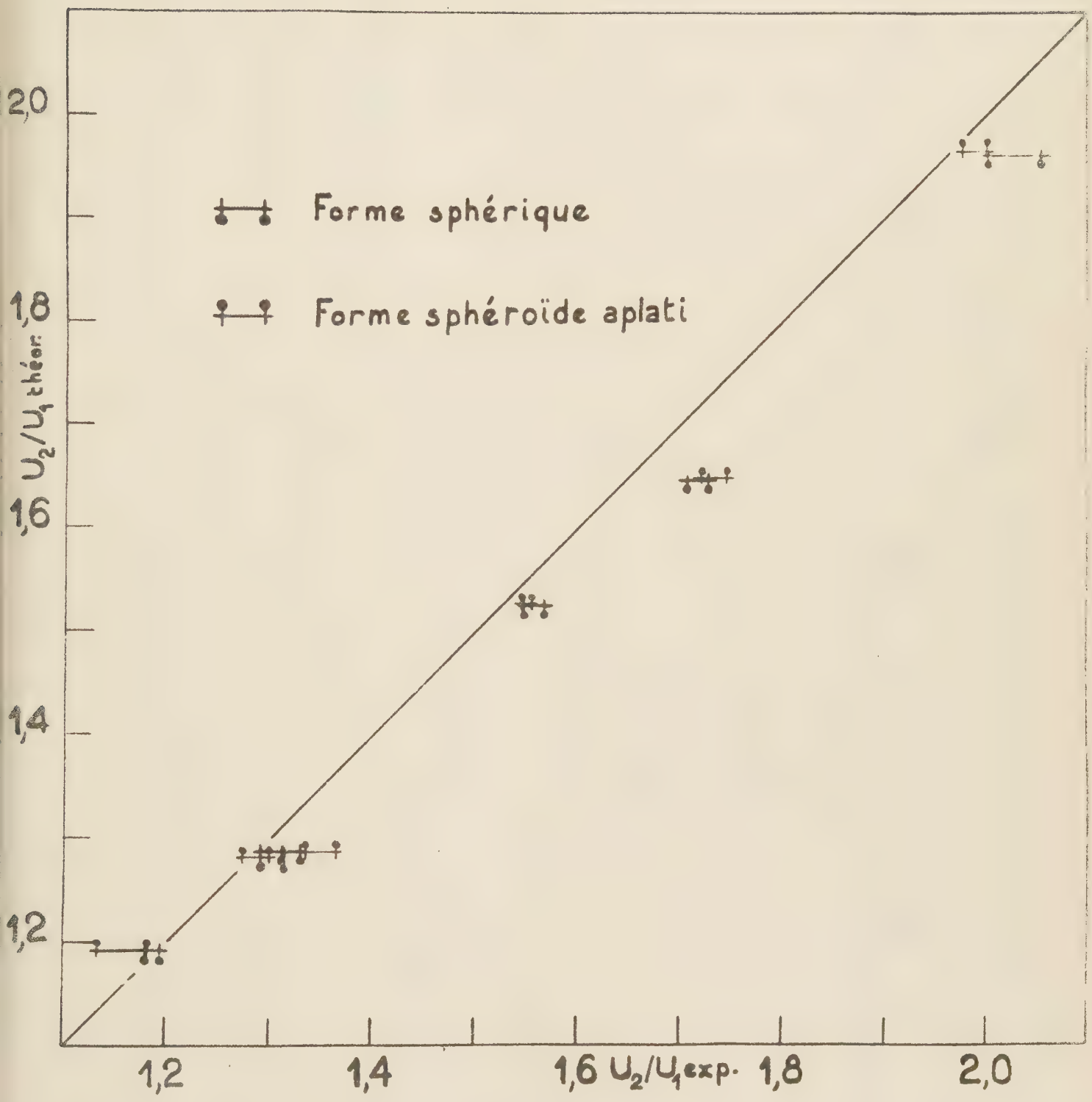

Forme sphérique
Forme sphéroïde aplati
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
$U_2/U_{1\,théor.}$
1,2
1,4
1,6 $U_2/U_{1\,exp.}$
1,8
2,0

fig. 3_15

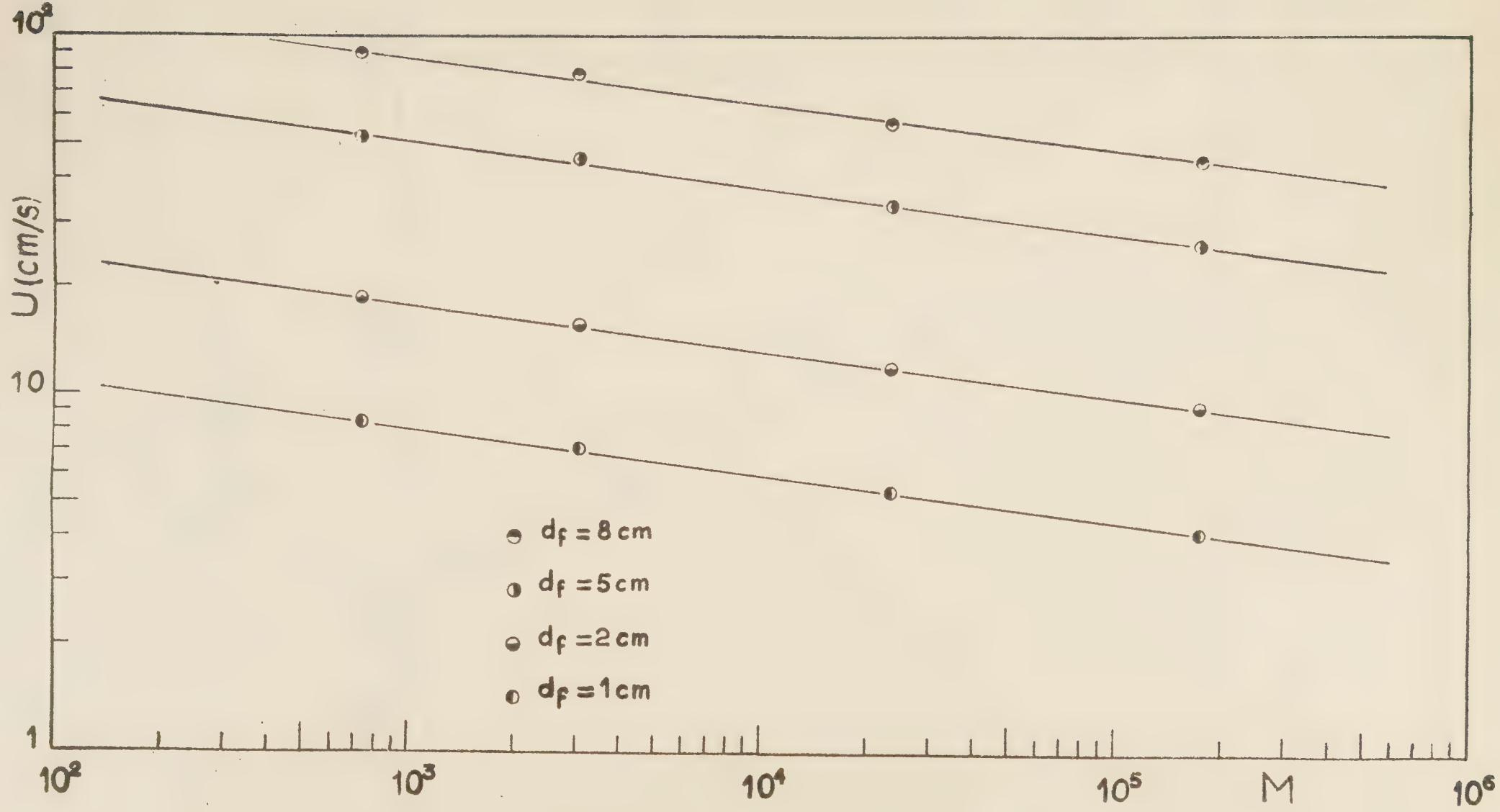



fig. 3_16

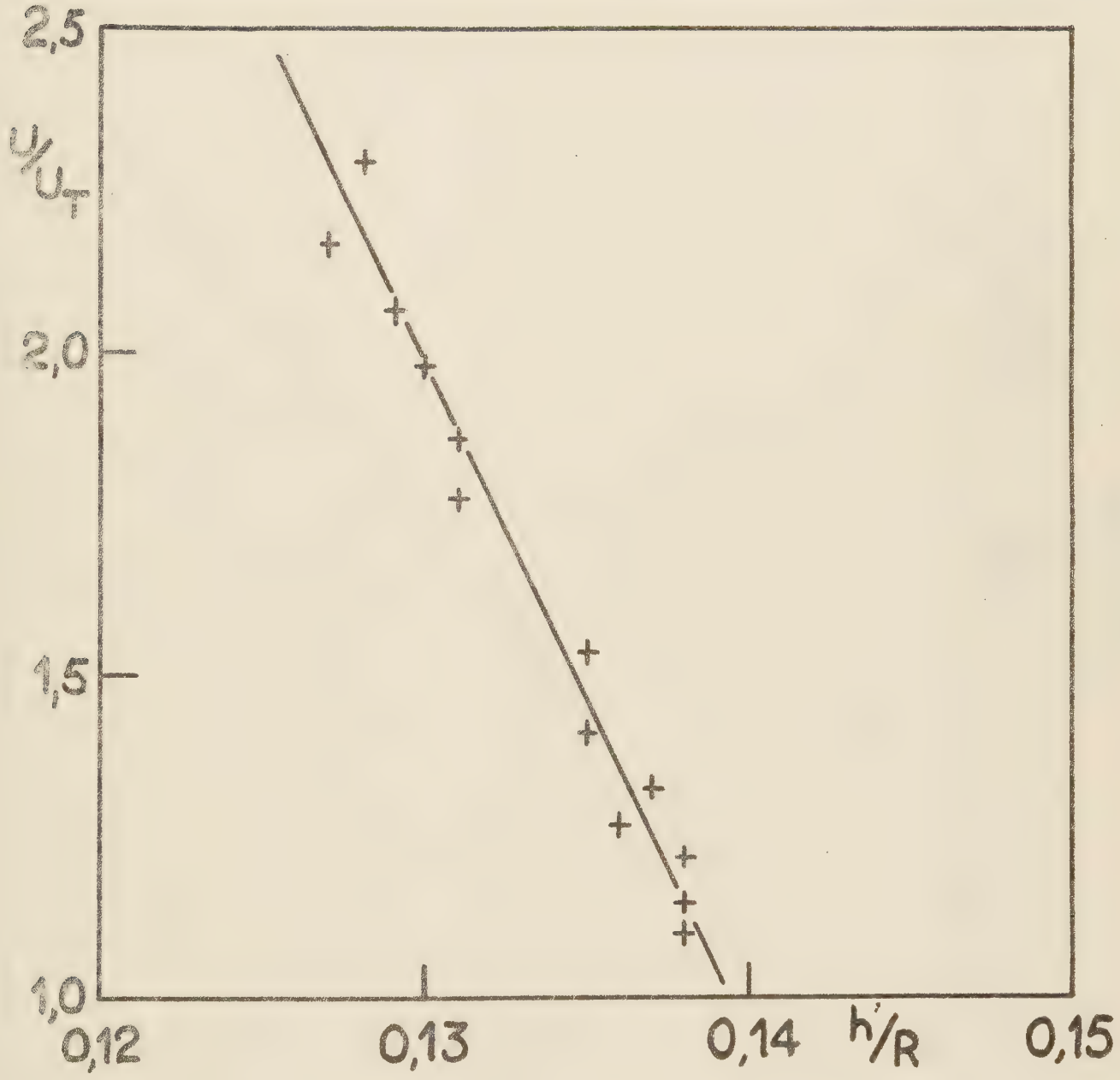



fig. 3_17

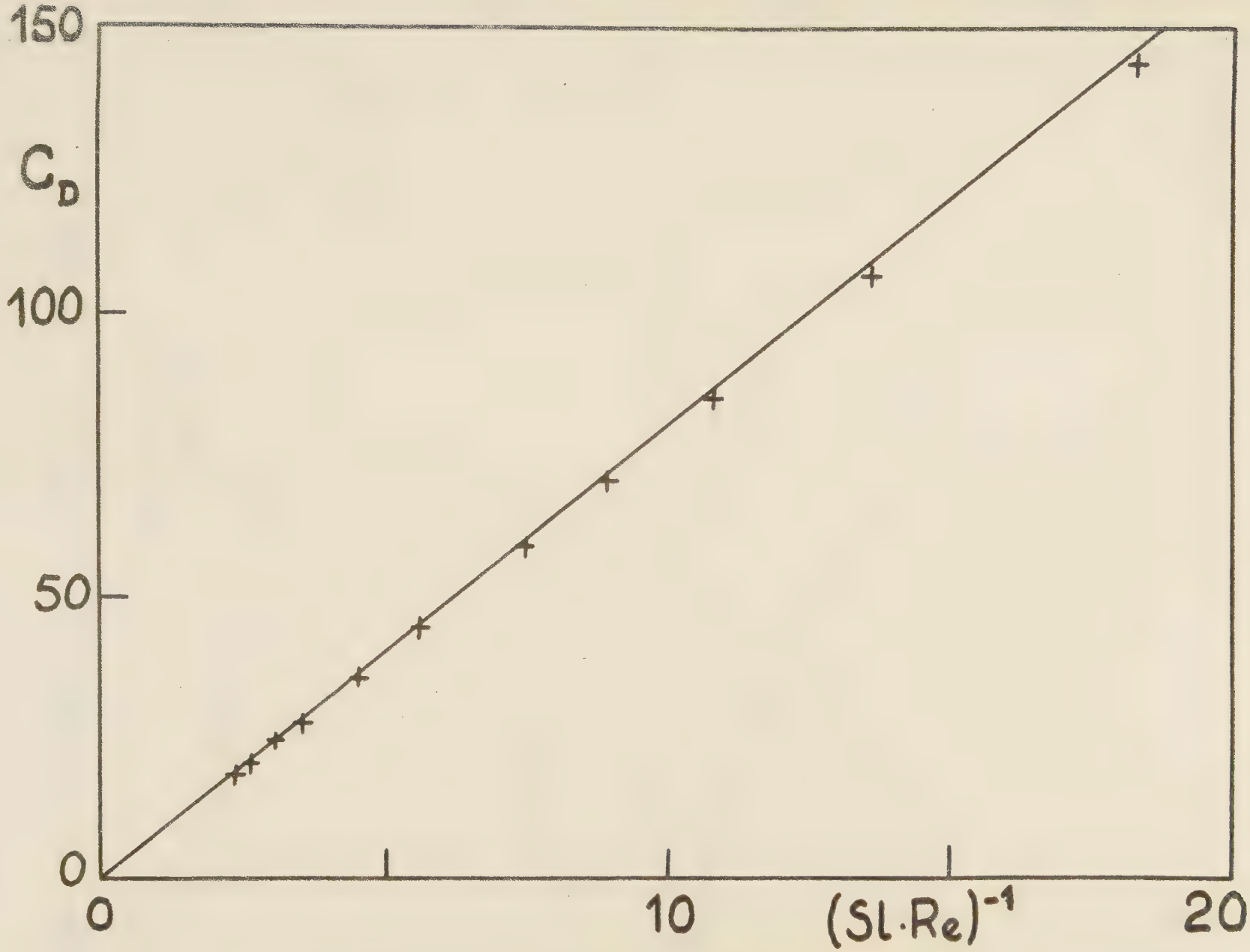



Fig. 3_18

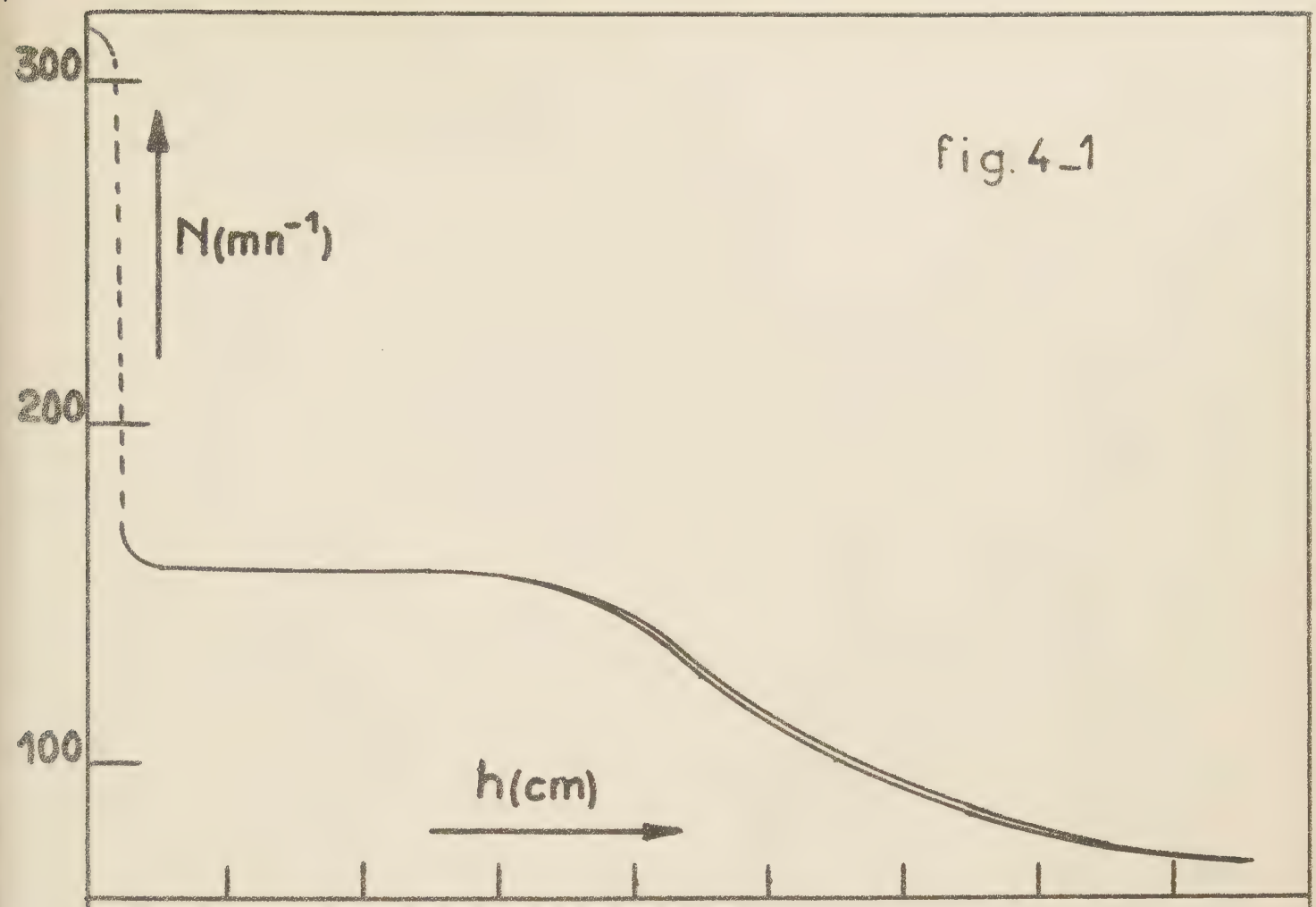



fig. 4_1

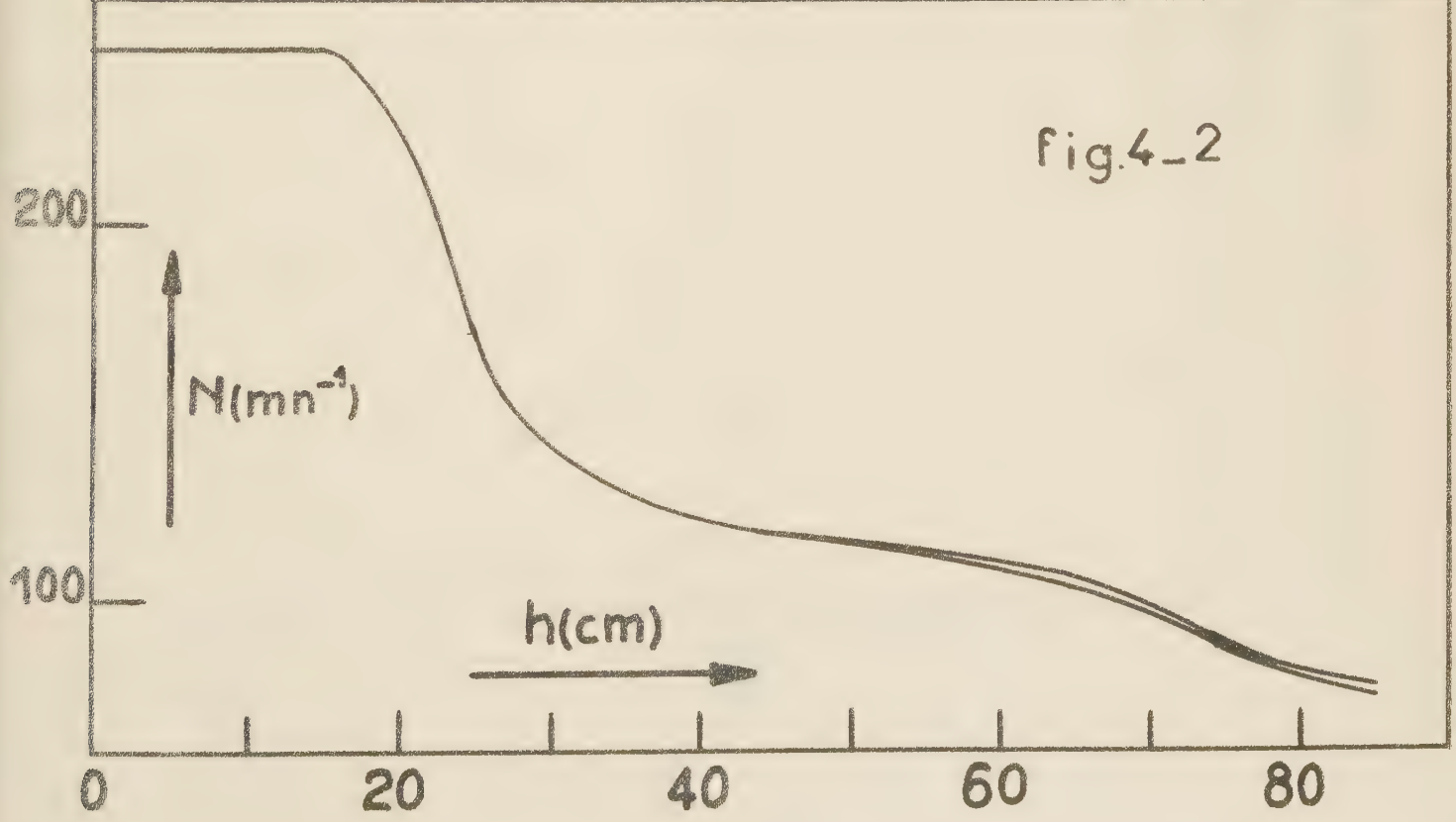



fig. 4_2

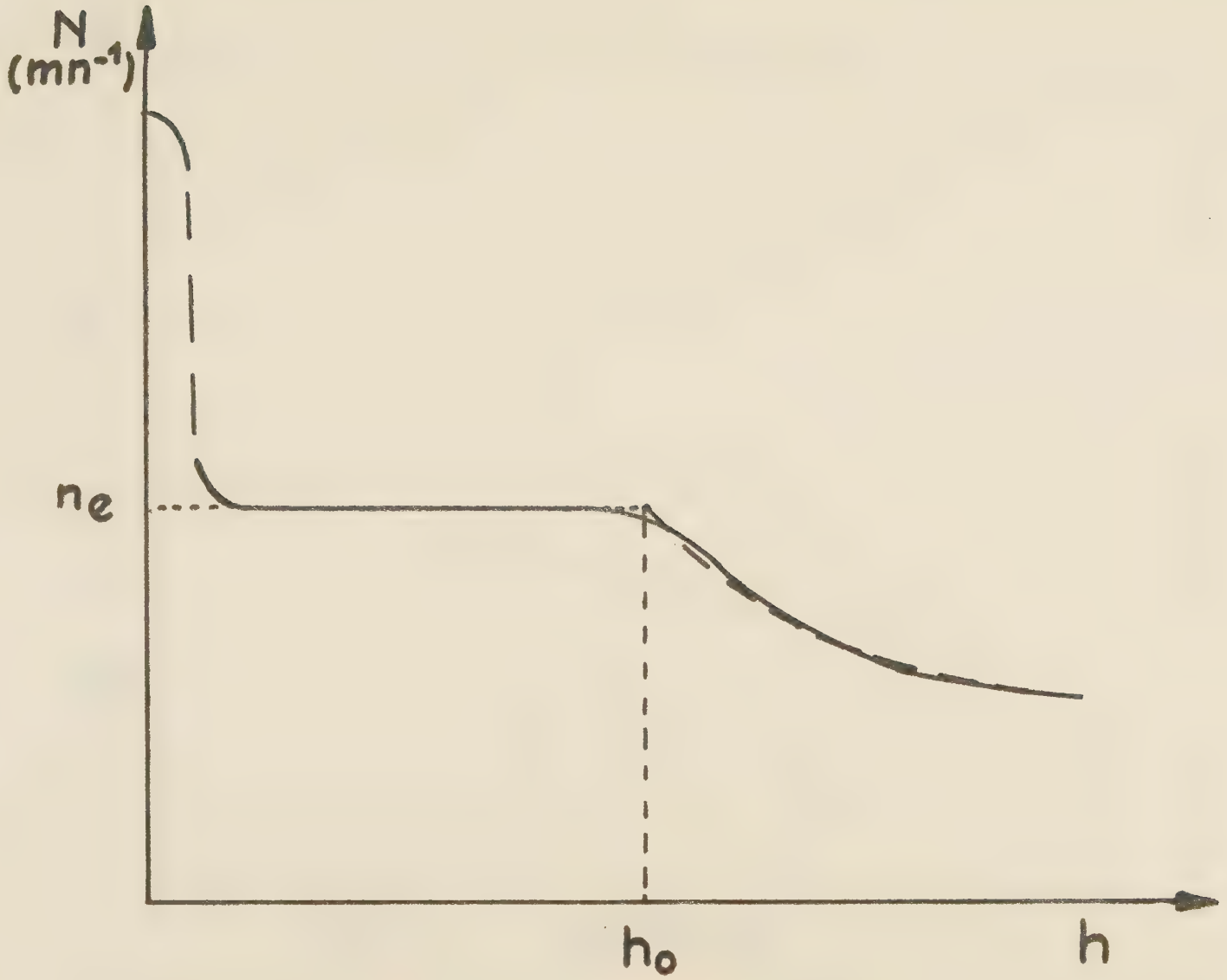



fig.4_3

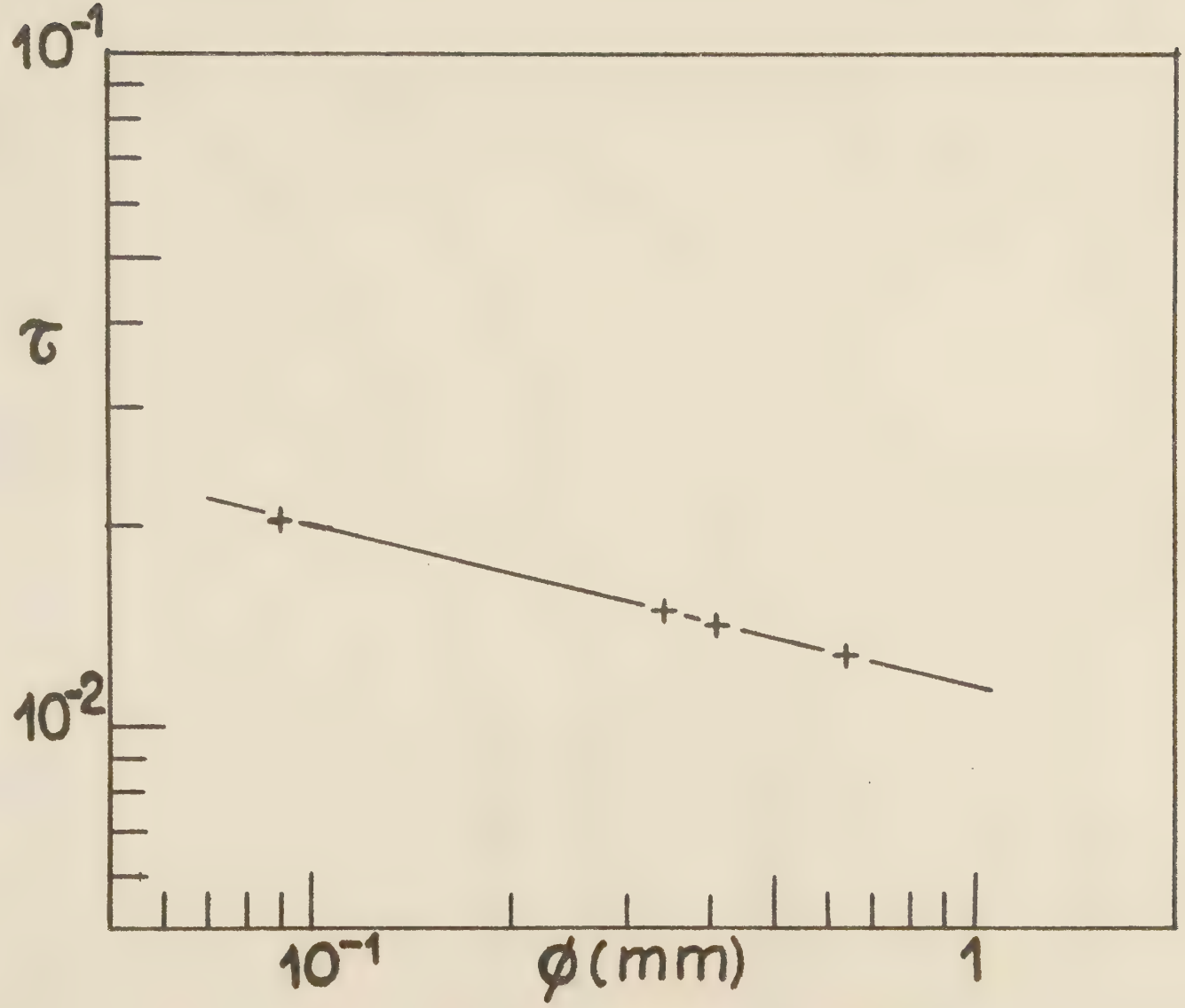
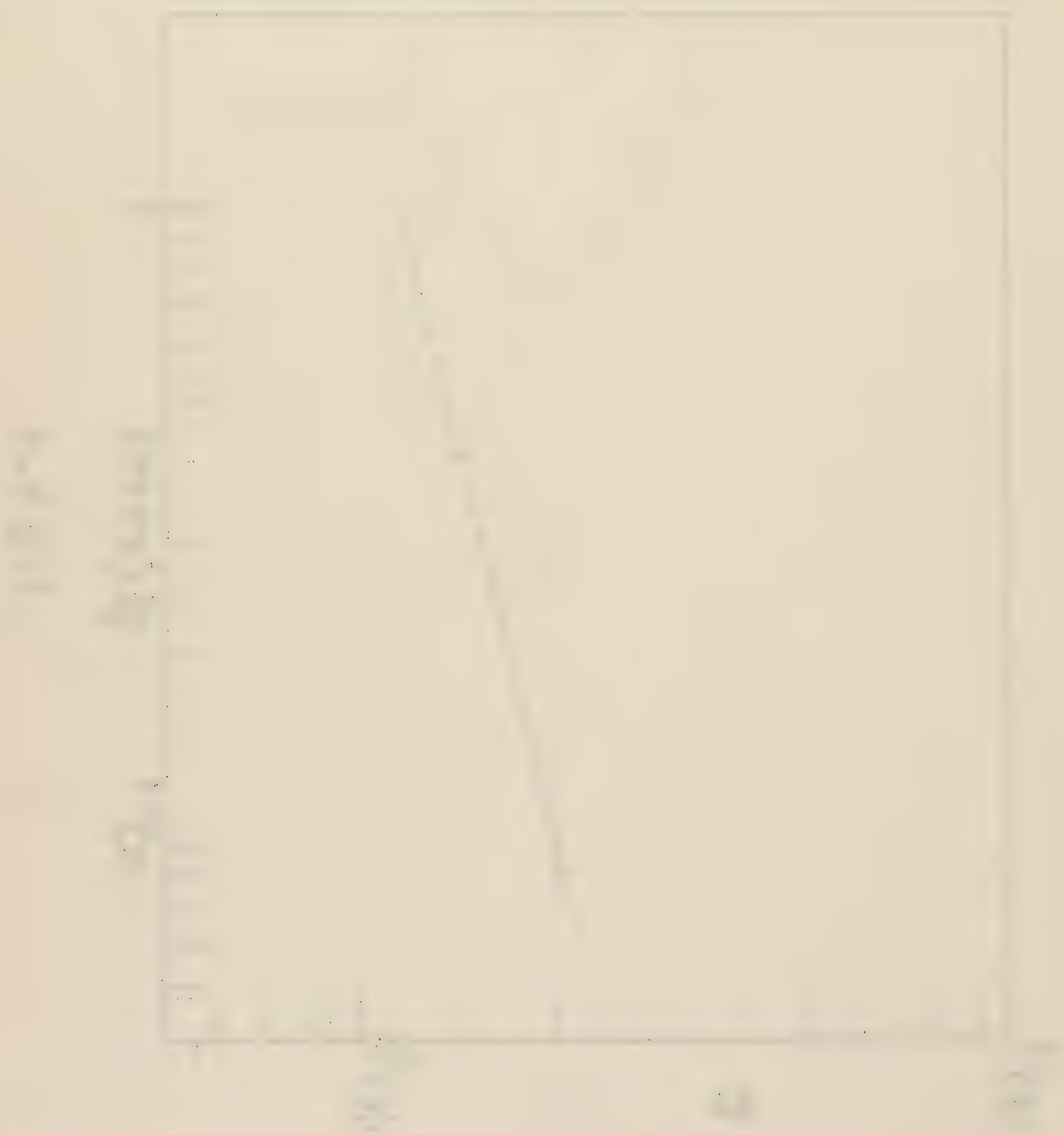
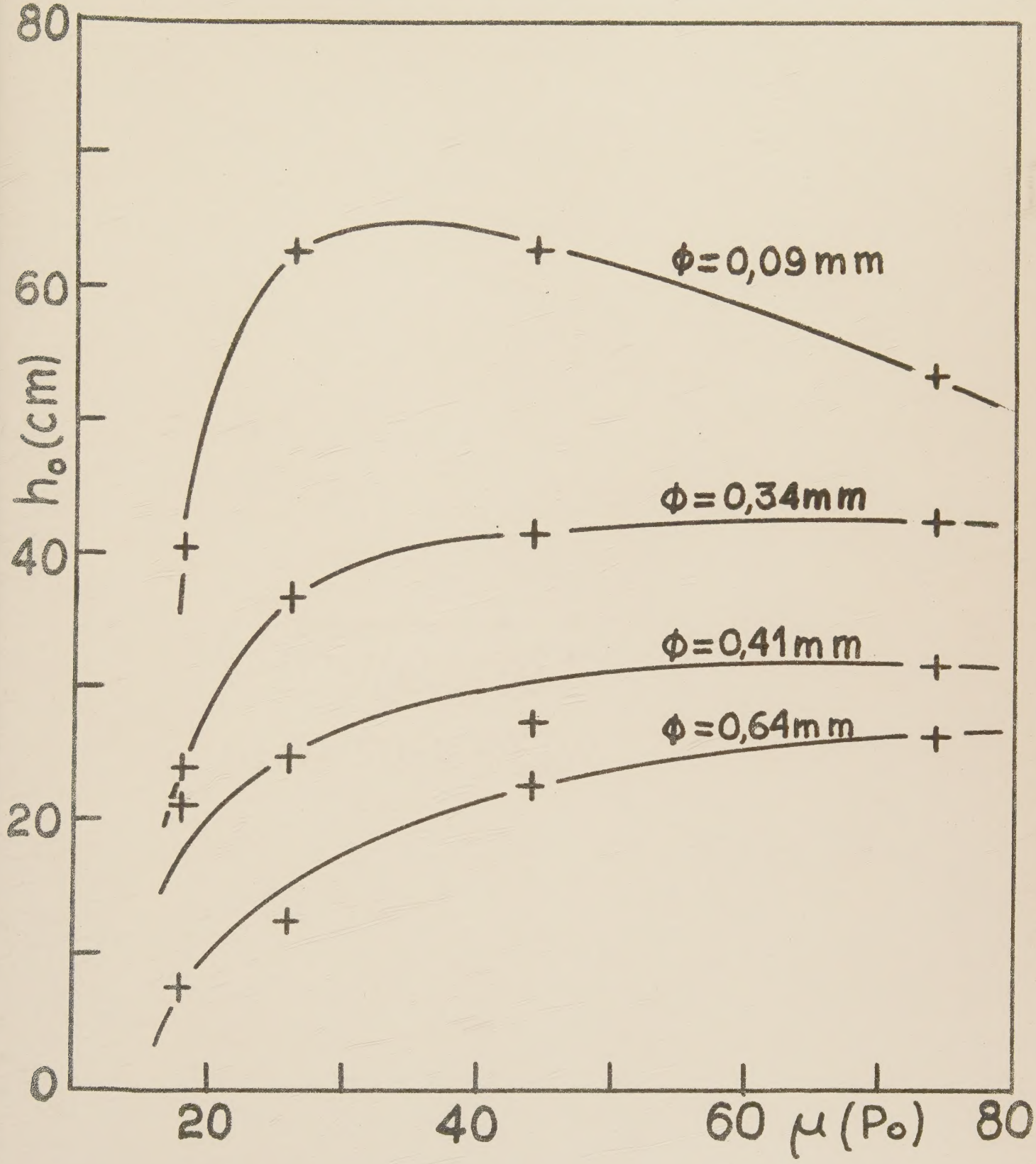



fig.4_4





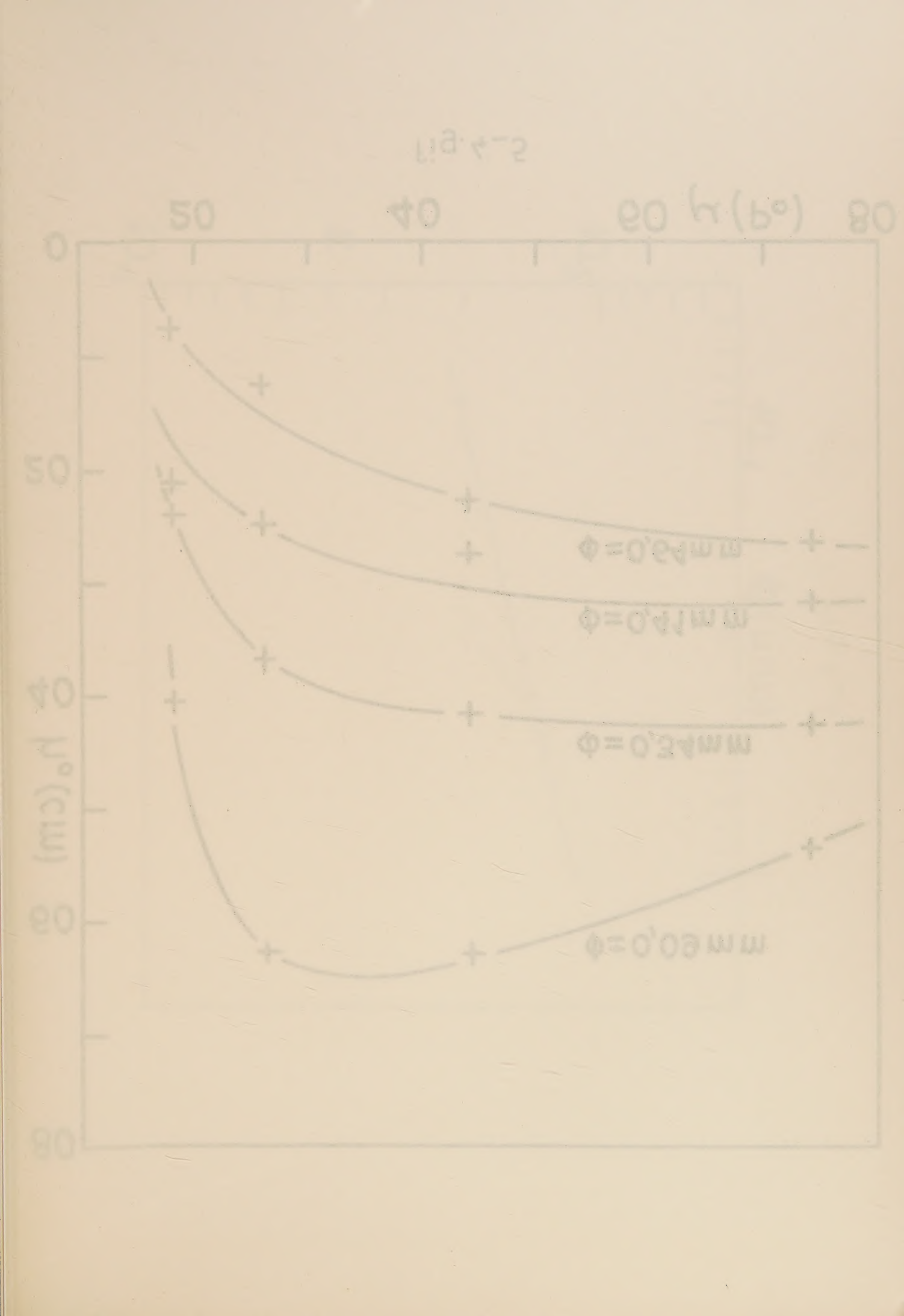


fig. 4_5